221

ELEMENTA

Tidskrift för elementär matematik, fysik och kemi

UTGIVEN AV

C. E. BLOM G. BORELIUS S. BÅGMAN

G. STARCK A. WAHLGREN

TJUGUNIONDE ÅRGÅNGEN

1946

DAKTION OCH EXP.: Karlbergsv. 16[4] STOCKHOLM

LUND
HÅKAN OHLSSONS BOKTRYCKERI
1946

Årg. 29: 1 Mars 1946

ELEMENTA

Tidskrift för elementär matematik, fysik och kemi

REDAKTION OCH EXP.: Karlbergsv. 16IV STOCKHOLM

FÖRSTA HÄFTET

Sid.

Nils Ryde, Nobelpriset i fysik 1945 1
G. Starck och Ragnar Nilsson, Nobelprisen i kemi 1944 och 1945 5
Lars Gunnar Sillén, Kemiska reaktionsformler III 13
Agne Wahlgren, Om konsekutiva sammansatta udda tal 21
Johan Stark, Ännu något om konsekutiva sammansatta udda tal 26
Bror Gustaver, Föreningen för matematisk-naturvetenskaplig undervisning. Årsmötet i Stockholm i jan. 1946. Styrelseberättelse för år 1945 .. 32
Bokanmälningar: Pettersson, Från atomkärnans explosion till atombombens; Möller-Rasmussen, Atomens sällsamma värld; Reyner, Cathode-Ray Oscillographs; Tolansky, Introduction to Atomic Physics; Coulson, Waves; Strömgren, Lærebog i Astronomi; Jeans, Fysik och filosofi; Lundmark, Solförmörkelser förr och nu; Wetterfors, Stjärnor; Fowles, Lecture Experiments in Chemistry; Yarsley-Couzens, Plastics; Jones, Minerals in Industry; Kosmos, bd 23; Büscher, Elektroteknik i bilder 34
Gradualavhandlingar: Karl Gustav Malmfors, Determination of Orbits in the Field of a Magnetic Dipole with Applications to the Theory of the Diurnal Variation of Cosmic Radiation; Ingvar Jullander, Studies on Nitrocellulose Including the Construction of an Osmotic Balance 48
Föredrag under hösten 1945 inom svenska matematiska, fysiska och kemiska föreningar 51
Tidskrifter, innehållsöversikt 52, 63
Problemavdelning:
Matematiska problem (red. av S. Bågman) 53
Matematiska och fysikaliska uppgifter vid fyllnadsprövning efter studentexamen i januari 1946 57

Att observera.

1. Upplysningar om pärmar, äldre årg. och de nya särtrycken »Vitaminernas kemi» och »Kemiska reaktionsformler» å andra omslagssidan.
2. Detta häfte innehåller innehållsförteckning och titelblad till årg. 1945.

Pris pr år kr. 8: — pr häfte kr. 2: 50

ELEMENTA

Utgivare: adjunkt C. E. Blom, professor G. Borelius, adjunkt S. Bågman, lektor G. Starck, och lektor A. Wahlgren. Redaktör och ansvarig utg.: C. E. Blom.

Årligen fyra häften om i regel 64 sid. (mars, juni, sept., dec.). Pris pr år kr. 8:-, pr häfte kr. 2:50. Subskription sker enklast genom inbetalning av kr. 8:- å postgirokonto nr. 527 55, då tidskr. erhålles pr utgivarekorsband. Abonnemang även genom bokhandeln.

Äldre årgångar erhållas direkt från expeditionen till följande priser: Årg. *3*, *6—11*, *13—16* à 6 kr. pr årg., årg. *17—28* à 8 kr. Bundna i klotband, två årg. i varje bd årg. *7—8*, *9—10*, *13—14*, *15—16* à 14 kr. pr band, årg. *17—18*, *19—20*, *21—22*, *23—24*, *25—26* à 18 kr. pr band.

Innehållsregister till årg. *1—16* à 1 kr. och till årg. *17—24* à 1 kr.

Pärmar avsedda för två årg. till kr. 1:75 pr st.

På grund av materialbrist kunna pärmar ej tillverkas för närvarande. Pärmar till årg. 27—28 (1944—1945) finnas ej, och lagret av pärmar till äldre årg. är obetydligt. Gör förfrågan innan likvid insändes.

Särtryck ur Elementa:

1. Axel Nordhult, De viktigaste konstruktions- och driftsegenskaperna hos likströmsmaskinerna, kr. 1: —.
2. Martin Sjöström, Vätskors och gasers strömning, kr. 1: —.
3. M. Sundqvist, Teorien för de moderna glasögonen, kr. 1: —.
4. J. Tandberg, Vinkelns tredelning. Slutsåld.
5. Gustaf Ljunggren, Gasskyddets kemi, kr. 0: 80.
6. Stig Comét, Matrisräkning, kr. 1: 60.
7. H. Henrikson, Om segelflygning och dess energikällor i atmosfären, kr. 2: 40.
8. K.-B. Augustinsson, Vitaminernas kemi, kr. 1: 40.
9. L. G. Sillén, Kemiska reaktionsformler, kr. 1: 40.

Problemhäften: 1936 à 60 öre; *1943, 1944 och 1945* à 80 öre; med svar och anvisningar. Innehålla matem. o. fysikaliska uppg. i studentex. o. fyllnadsprövningar. Provräkn. i realex. Uppg. i fysik o. i maskin- o. byggnadslära vid praktisk realex.

Problemhäftena för åren 1937—1942 äro slutsålda.

Särtrycken sändas portofritt om inbetalning sker å tidskriftens postgiro 527 55 (skriv rekvisition å girokupongen). Även genom bokhandeln.

Redaktion och expedition: C. E. Blom, Karlbergsvägen 16 IV, Stockholm Va. Postgiro 527 55.

Insänd litteratur.

H. Cramér, *Mathematical Methods of Statistics*, Uppsala 1945, Hugo Gebers förlag i distribution, 575 s., kr. 45: — inb.

T. Carleman, *Lärobok i differential- och integralkalkyl*, Andra uppl., Uppsala 1945, Hugo Gebers förlag, 304 s., kr. 22: —, inb.

Sir James Jeans, *Fysik och filosofi*, Natur och Kultur, Stockholm 1945, 248 s., kr. 9: 75.

Hyman Levy, *Elementär matematik*. Övers. av Bengt Lindwall, Natur och Kultur 1946, Stockholm 1946, 208 s., kr. 6: —.

Chr. Möller och E. Rasmussen, *Atomens sällsamma värld*, Övers. av B. Lindwall, Natur och Kultur, Stockholm 1945, 196 s., kr. 8: 50.

K. Lundmark, *Solförmörkelser förr och nu*, Lindblads förlag, Uppsala 1945, 159 s., kr. 5: 50.

G. Stenvinkel, *Hur atombomben kommer till och verkar*, Natur och Kultur, Stockholm 1946, 202 s., kr. 8: —.

H. Pettersson, *Från atomkärnans explosion till atombombens*, Bonniers, Stockholm 1945, 195 s., kr. 7: 50.

C. Heuman, *Kraftgeometri och jämviktslära*. Fotolitografisk uppl. utg. av prof. O. H. Faxén, Stockholm 1945, Seelig & Co. i distr., 176 s., kr. 5: —.

H. Bäckström, *Den kinematografiska filmen*, Lund 1946, 47 s., kr. 2: —. Nr 4 i »Pedagogisk skriftserie» utg. av Föreningen f. matem.-naturv. undervisning. Rekvireras från sekr. Nyodlingsv. 7, Ålsten.

L. Smith, *Lärobok i organisk kemi*, 3:e uppl., Svenska Bokförl. (Bonniers) 1945, 326 s., kr. 9: —.

Nyström-Olson, *Funktionslära och analytisk geometri*, 4:e uppl., Sv. Bokförl. (Norstedts), Stockholm 1945, 228 s., kr. 4: 50.

V. Berglund, *Hantverkskalkylering*, Svenska bokförl. (Norstedts), Stockholm 1946, 107 s., kr. 3: —.

P. Wetterfors, *Stjärnor*, Sveriges Scoutförbunds förlag, Stockholm 1945, 539 s., kr. 6: 50.

The School Science Review, London 1945: June. October.

Euclides, Groningen, Holland 1945—46: 1—2.

Tekniska Nomenklaturcentralen (publikation nr 7): *TNC-spalten*, Korta uppsatser om ord och uttryck, publicerade i Teknisk Tidskrift under år 1945, Seelig & Co. 1946, 47 s., kr. 1: —.

R. Bleicher and A. L. Godbert, *Semi-Micro Quantitative Organic Analysis*, Longmans, Green and Co., London 1945, Pp. 168, pris 10s. 6d.

A. I. Vogel, *Qualitative Chemical Analysis*, Third Edition, Longmans, Green, and Co., London 1945, Pp. 578, pris 12s. 6d.

H. W. Harvey, *Recent Advances in the Chemistry and Biology of Sea Water*, University Press, Cambridge 1945, Pp. 164, pris 10s. 6d.

A. G. Ward, *Colloids, their Properties and Applications*, Blackie & Son, London 1945, Pp. 133, pris 5s.

H. W. Turnbull, *The Matematical Discoveries of Newton*, Blackie & Son, London 1945, Pp. 68, pris 5s.

S. L. Green, *Introduction to Differential Equations*, University Tutorial Press, London 1945, Pp. 139.

W. W. Sawyer, *Mathematician's Delight*, Penguin Books, Harmonsworth, England 1944, Pp. 200, pris 9d.

S. Sherwood Taylor, *Science Past and Present*, Heineman, London 1945, Pp. 275, pris 10s. 6d.

F. Chichester, *Star Compass*, Allen and Unwin, London 1945, pris 5s. 6d.

Meteorological Office: The Measurement of Upper Winds by Means of Pilot Balloons, His Majesty's Stationary Office, London 1944, pris 1 s.

VERKSTÄDER FÖR FRAMSTÄLLNING AV

LABORATORIEGLAS, MEKANISKA OCH ELEKTRO-MEKANISKA ARBETEN M.M.

Vi inbjuda till ett besök i våra

moderna utställningslokaler

Utställning, fabrik och kontor

MALMSKILLNADSGATAN 48 C

Telefon: 23 37 80 (växel)

WOLFGANG PAULI

Nobelpriset i fysik 1945.

De tidigare oanade möjligheter att pejla atomernas och molekylernas djup, som den Rutherford-Bohrska teorien bragte i dagen, utnyttjades i full utsträckning under ett decenniums intensiva forskningar. Framförallt var det studiet av spektra, som småningom gav en allt fylligare bild av byggnaden av dessa materiens minsta smådelar. Ett omfattande spektroskopiskt material hade redan tidigare insamlats och kunde nu nyttiggöras, samtidigt som teorien inspirerade nya spektralundersökningar i skilda riktningar. Genom dessa klarlades den kvantumbetingade naturen hos atom- och molekyltillstånden. Omkring år 1925 länkades denna utveckling in på nya banor, väsentligen genom tre viktiga forskningsresultat: uppkomsten av kvantum- och vågmekaniken samt upptäckterna av Paulis princip och elektronspinnet.

Studiet av heliums spektrum hade fört fram till två skilda system av tillstånd hos heliumatomen, mellan vilka inga övergångar eller

endast svaga sådana äga rum. Under någon tid uppfattade man t. o. m. dessa system såsom härrörande från två olika modifikationer av helium, som kallades parhelium och ortohelium. Man kunde fastlägga de kvantumtal, som karakteriserade de olika atomtillstånden för parhelium såväl som för ortohelium. Därvid befanns parhelium besitta alla de tillstånd, som voro att vänta. Det lägsta tillståndet, grundtillståndet, var ett 1S-tillstånd, d. v. s. dess huvudkvantumtal n, som reglerar ljuselektronens banenergi, är $= 1$ och det azimutala kvantumtalet L, som fastlägger de möjliga värdena av elektronbanans vridimpuls, $= 0$. Det lägsta tillståndet i ortohelium var ett 2S-tillstånd. Man sökte energiskt efter ett 1S-tillstånd även i ortohelium, men förgäves. Detta föranledde Pauli att närmare undersöka, huruvida även vid andra element vissa atomtillstånd saknas. Han fann också detta vara fallet och konstaterade, att för de felande atomtillstånden alltid två eller flera elektroner hade överensstämmande kvantumtal, och att tillstånd, för vilka detta gällde, alltid saknades. Detta empiriska forskningsresultat föranledde Pauli att 1925 uppställa den berömda principen, att i varje fullständigt definierat kvantumtillstånd endast *en* elektron kan befinna sig. Ett kvantumtillstånd är fullständigt definierat genom angivandet av 4 kvantumtal. Befinner sig en atom i fältfritt rum, har en av dess elektroner 3 frihetsgrader, varemot svarar 3 olika kvantumtal. I ett elektriskt eller magnetiskt fält tillkommer ytterligare en frihetsgrad, svarande mot ett 4:e kvantumtal. Vi kunna t. ex. karakterisera en elektrons tillstånd i ett magnetfält genom att ange kvantumtalen n, l, m_l och m_s, där m_l är ett kvantumtal, som reglerar de olika inställningsmöjligheterna av vridimpulsvektorn $\vec{l}$ gent emot fältriktningen, och m_s ett kvantumtal, som bestämmer de möjliga inställningarna av den från elektronens egenrotation härrörande spinimpulsvektorn $\vec{s}$ gent emot fältriktningen. I allmänhet existerar det en mer eller mindre stark magnetisk koppling mellan elektronerna i en atom, så att endast kvantumtalen n och l äro användbara för karakterisering av elektronerna. Man tänker sig därför ett så starkt magnetfält anbragt, att kopplingen mellan elektronerna brytes. Vi kunna nu inse, hur enligt Paulis princip 1S-tillståndet i ortohelium icke kan finnas. I detta tillstånd skulle de båda elektronerna var och en ha $n = 1$ och $l = 0$. Eftersom l och därmed vridimpulsvektorn är $= 0$, är komposanten av vektorn utefter fältriktningen och därmed $m_l = 0$ för båda elektronerna; m_s kan endast anta värdena $+\frac{1}{2}$ och $-\frac{1}{2}$. Om de båda elektronerna ej få överensstämma med avseende på

alla kvantumtalen, måste den ena ha $m_s = +\frac{1}{2}$ och den andra $m_s = -\frac{1}{2}$, dvs. elektronerna ha motsatta spinriktningar, vilket svarar mot 1S-tillståndet i parhelium. Motsvarande tillstånd i ortohelium, vilket karakteriseras av parallella spinvektorer, är däremot uteslutet.

Allteftersom forskningen framskridit har Paulis princip, uteslutningsprincipen eller Pauliförbudet, som den också kallas, visat sig vara en fundamental naturlag av allt mångsidigare användbarhet. Sin första stora betydelse hade principen vid tydningen av byggnaden av atomernas elektronsystem och därmed av det periodiska systemet. Med principens hjälp beräkna vi lätt antalet elektroner, som kunna befinna sig i givna kvantumtillstånd. Eftersom kvantumtalet m_s endast kan anta 2 värden, är antalet elektroner, som kunna överensstämma med avseende på kvantumtalen m_l, l och n högst 2; m_l i sin tur kan anta värdena l, $l-1$, $l-2$, ..., $-l+1$, $-l$, d. v. s. $2l+1$ olika värden Således är maximala antalet elektroner, som ha samma värde på huvudkvantumtalet n och azimutala kvantumtalet l, $2(2l+1)$. Sådana elektroner kallade Pauli ekvivalenta elektroner. Då azimutala kvantumtalet l kan anta värdena 0, 1, 2, ... $(n-1)$, utföra vi för att få antalet möjliga elektroner med huvudkvantumtalet n summationen $\sum_{l=0}^{n-1} 2(2l+1) = 2n^2$. Formeln $2n^2$, som från andra utgångspunkter redan tidigare upptäckts av J. R. Rydberg, anger för $n = 1, 2, 3, 4, \ldots$ antalet element i de enskilda perioderna i periodiska systemet 2, 8, 18, 32, ... Elektroner med samma värde på huvudkvantumtalet n bilda, som vi veta, s. k. elektronskal. I varje elektronskal bilda elektroner med samma värde på l, d. v. s. de ekvivalenta elektronerna, underskal. De ekvivalenta elektronerna kallas, allteftersom $l = 0, 1, 2, 3, \ldots$ *s*-, *p*-, *d*-, *f*-, ... elektroner. Då maximala antalet ekvivalenta elektroner är $2(2l+1)$, är antalet *s*-elektroner högst 2, antalet *p*-elektroner högst 6, antalet *d*-elektroner högst 10, o. s. v., allt i överensstämmelse med periodiska systemet och resultaten av den röntgenspektroskopiska forskningen.

Då enligt Paulis princip för ett fullbordat elektronskal $\Sigma m_l = 0$ och $\Sigma m_s = 0$, följer härav, att resulterande banvridimpulsen och rotationsimpulsen båda måste vara noll. Den totala impulsen, som sammansättes av dessa båda resultanter, måste då vara $= 0$ för ett slutet elektronskal. Denna konsekvens av Pauliprincipen medför, att endast elektronerna utanför ett fullbordat skal behöva tagas med i beräkningen, då det t. ex. gäller att härleda ett ämnes

spektrum eller dess kemiska valensförhållanden, varigenom uppgifterna avsevärt förenklas. Man kan sålunda teoretiskt förutsäga, hur ett spektrum vilket som helst är byggt, spektraltermernas antal och multiplicitet, o. s. v. Som antalet elektroner utanför ett slutet skal och deras fördelning på undergrupper är avgörande för den kemiska valensen vid den heteropolära bindningen, är Pauliprincipen grundläggande för förståelsen av denna. Men även vid den homeopolära bindningen, som betingas av antalet oparade elektroner med parallella spinvektorer, gör sig principen gällande och inskränker antalet möjliga valenser i överensstämmelse med erfarenheten.

En viktig användning har Paulis princip fått inom kvantumstatistiken, i det att den ligger till grund för den s. k. Fermi-Diracstatistiken, vilken visat sig gälla för elektroner, protoner, neutroner, neutrinos och för atomkärnor med udda masstal. Då protoner och neutroner utgöra atomkärnornas byggstenar, har Pauliprincipen blivit av fundamental betydelse för teorien för atomkärnans byggnad och torde även för den fortsatta utvecklingen av denna teori komma att vara vägledande.

Wolfgang Pauli föddes i Wien 1900. Redan tidigt lade han i dagen en ovanlig begåvning. Sålunda skrev han redan i 20-årsåldern uppmärksammade arbeten bl. a. över relativitetsteorien. Han studerade modern atomfysik hos A. Sommerfeld i München, kom senare till Göttingen och vistades någon tid hos N. Bohr i Köpenhamn. 1927 blev han såsom professor knuten till tekniska högskolan i Zürich. Efter den tyska ockupationen av Österrike 1938 begav sig Pauli till U. S. A., där han sedan dess verkat vid Princetonuniversitetet. Pauli intar en central plats i den moderna teoretiska fysiken. Han tilldelades 1945 års Nobelpris i fysik för den efter honom uppkallade principen, för vilken ovan redogjorts. Bland hans övriga arbeten må nämnas en teori för β-sönderfallet av radioaktiva element. För att förklara detta införde Pauli en ny hypotetisk elementarpartikel, neutrinon.

Nils Ryde.

A. I. Virtanen

Otto Hahn

Nobelprisen i kemi 1944 och 1945.

1944 års (reserverade) Nobelpris i kemi har tilldelats den tyske forskaren professor Otto Hahn för hans upptäckt av uran-atomens klyvning.

Otto Hahn är född 1879 och blev år 1919 efter studier, bl. a. hos Rutherford i Cambridge, och efter att ha dokumenterat sig som en framstående forskare på radioaktivitetens område professor i detta ämne vid Berlins universitet och 1924 andre direktör vid Kaiser Wilhelms-Institut für Chemie i Berlin-Dahlem.

I sin vetenskapliga produktion har Hahn behandlat tre stora områden av radioaktiviteten. Vid den tidpunkt, då han började sin forskarbana, voro de radioaktiva serierna ännu blott ofullständigt kända. Det är därför naturligt, att Hahns första arbeten gällde problemet att komplettera kunskaperna på detta område beträffande såväl frågan om vilka element som ingå i de radioaktiva familjerna som deras succession och egenskaper. Sålunda upptäckte han under åren 1905—1908 radiotorium, radioaktinium, mesotorium 1 och 2. Långt senare (1918) gjordes i samarbete med Lise Meitner den viktiga upptäckten av protaktinium, och slutligen upptäckte Hahn uran Z 1921. Dels ensam, dels tillsammans med O. Sackur, men framför allt med Meitner bestämde Hahn halve-

ringstiderna för aktinon, AcA och AcB, $MsTh_1$, $MsTh_2$, RdTh, toron, UY, UX_2, UZ och kanske ännu flera. Dessa arbeten sträcka sig över tiden 1905—1921. Till denna klass av undersökningar kunna vi också räkna framställningen (Hahn och Meitner, 1908—1909) av de tre seriernas C″-produkter medelst rekylstrålemetoden.

Samtidigt med de här nämnda arbetena ägnade sig Hahn och hans medarbetare åt ett helt annat radioaktivt problem, nämligen åt undersökningen av den 1910 av O. von Baeyer, Hahn och Meitner upptäckta fördelningen av betastrålarnas hastigheter, de s. k. betastrålspektra. Under de närmaste 20 åren bestämdes den spektrala fördelningen av betastrålningen från de flesta primärt betastrålande grundämnena; betastrålarnas olika ursprung utreddes (primära från kärnan, sekundära genom fotoeffekt från elektronhöljet), varjämte Hahn och Meitner i överensstämmelse med uppfattningen av de sekundära strålarna 1920 kunde visa, att även vissa alfastrålare, t. ex. Ra, emittera homogena grupper av elektroner, som bilda betastrålspektra, i alla avseenden analoga med dem, som (sekundärt) bildas av typiska betastrålare.

Det var således en mycket framgångsrik och erfaren forskare, vid sidan av Lise Meitner den främste i sitt land på detta område, som på 1930-talet vände sig till utforskandet av ett område, som öppnats genom Enrico Fermis undersökningar över kärnsprängningar med användning av neutroner. Sedan Fermi 1934 vid bestrålning av uran med neutroner gjort iakttagelser, som syntes tyda på en bildning av element med högre atomnummer än 92, »transuraner», upptogo Hahn, Meitner och Strassmann frågan till prövning. Deras första undersökningar tycktes ju också bekräfta Fermis uppseendeväckande resultat, och 1937 sammanfattade Hahn, Meitner och Strassmann sina arbeten i tre välbekanta serier, av vilka här endast en behöver anföras[1] (A är uranatomens masstal, värdet lämnat öppet).

$$^{A}_{92}U + ^{1}_{0}n \longrightarrow {}^{A+1}_{92}U \xrightarrow[10\,s]{\beta} {}^{A+1}_{93}\text{ekaRe} \xrightarrow[2{,}2\,m]{\beta} {}^{A+1}_{94}\text{ekaOs} \xrightarrow[59\,m]{\beta} {}^{A+1}_{95}\text{ekaIr}$$

$$\xrightarrow[66\,h]{\beta} {}^{A+1}_{96}\text{ekaPt} \xrightarrow[2{,}5\,h]{\beta} {}^{A+1}_{97}\text{ekaAu}\,?$$

Den fortsatta undersökningen av de produkter, som bildas vid urans beskjutning med neutroner gav emellertid resultat, som till sist gjorde en fullständig omtolkning av förloppet nödvändig. Så-

[1] Se f. övrigt Sigvard Eklund, Klyvningsprocessen, KOSMOS, *19*, 39 (1941) och G. Starck, Nyare undersökningar av uran-atomens klyvning, ELEMENTA, *28*, 21 (1945).

lunda kunde t. ex. Hahn och Strassmann otvetydigt bevisa, att bestrålningen ger som resultat en radioaktiv bariumisotop, en kärna, vars atomnummer och massa endast äro något mer än hälften av utgångsmaterialets. Alla tidigare bekanta kärnsprängningar hade resulterat i bildning av ett mycket lätt atomfragment och ett som följd därav endast obetydligt lättare, jämfört med moderatomen (mycket lätta atomer kunna ju av naturliga skäl sägas undergå en klyvning, t. ex. $Li + H \rightarrow 2\,He$). Den sökta tolkningen av förloppet har inte givits av Hahn själv; den lämnades i ett teoretiskt arbete av Meitner och A. R. Frisch 1938. Häri gavs den förklaringen till Hahns och Strassmanns expeţimentella rön, att beskjutningen skulle medföra en spjälkning (klyvning) av urankärnan i två ungefär lika tunga delar, varjämte författarna beräknade de enorma energimängder, som skulle frigöras vid denna process. Kännedomen om detta Meitners och Frisch's arbete medfördes av Bohr vid ett besök i Amerika i januari 1939,[1] och teorien bekräftades fullständigt såväl av forskare i U. S. A. och Frankrike som av Hahn och Strassmann själva. Vid slutet av 1939 hade redan ett hundratal avhandlingar publicerats i ämnet. Vi veta nu också, att processens klarläggande ledde till det både ur vetenskaplig och teknisk synpunkt enastående arbetet på att tillgodogöra sig uranatomens kärnenergi, till en början för militärt ändamål, »atombomben».

Sedan nu en teori givits för uranatomens förhållande vid beskjutning med neutroner, ha Hahn och hans medarbetare fortsatt arbetet att klarlägga de förändringar, som de primärt bildade radioaktiva, vid klyvningen bildade kärnorna undergå. De äro alla instabila på grund av att förhållandet *neutroner: atomnummer* är för stort. Stabila kärnor bildas genom att kärnan successivt utsänder elektroner, varigenom atomnumret höjes, medan masstalet förblir konstant. Så erhålles till sist en stabil atomkärna. Alla genom uranklyvning bildade kärnor och deras följdkärnor äro sålunda betastrålare. Bland klyvningsprodukterna av uranisotoperna 235 och 238 finner man alla element fr. o. m. selen t. o. m. praseodym eller 26 stycken. Genom beskjutningen av uran har antalet isotoper ökats med mer än 100.[2] Sålunda känna vi exempelvis av strontium de av masspektrografen påvisade stabila isotoperna 84, 86, 87, 88. Genom tidigare kärnreaktioner ha erhållits två instabila, isomera isotoper 85 och en instabil isotop 89; slutligen genom klyvning av uran 235 de instabila isotoperna 90 och 91 jämte

[1] H. D. Smyth, A General Account of the Development of Methods of Using Atomic Energy etc., Government Printing Office, Washington 1945, pris 35 cent. Även H. M. Stationary Office, London, pris 2s. 6d.
[2] G. Starck, loc. cit.

tre isotoper utan säkert fastställda masstal, endast angivna såsom större än 91. Sammanlagt således 12 isotoper.

De problem, som här mött Hahn, ha varit utomordentligt komplicerade; han har förstått att lösa dem genom en förening av förfinade analysmetoder och subtila och skarpsinniga resonemang. Man kan inte undgå att ägna hans arbeten stor beundran.

G. Starck.

Nobelpriset i kemi för år 1945 har tilldelats den finske forskaren, A. I. Virtanen, Helsingfors.

Bland de nordiska ländernas biokemister har professor Virtanen länge intagit en förgrundsställning. Virtanens undersökningar spänna över vidsträckta områden inom biokemien. Så har han exempelvis nedlagt mycket arbete på utforskandet av den biokemiska mekanismen vid kolhydratomsättningen i olika mikroorganismer. I särklass stå emellertid framför allt hans grundläggande arbeten över foderkonserveringen och över den biologiska kvävebindningen.

Virtanens konserveringsmetod för grönfoder, den s. k. AIV-metoden, utgör en konsekvent tillämpning i det praktiska lantbruket av erfarenheter vunna vid teoretiska studier i laboratoriet inom biokemi och mikrobiologi.

De förluster och skador, som det färska fodret under lagring hotas av, kunna i främsta rummet återföras på:

1. Växtcellernas andning.
2. Äggvitans nedbrytning och särskilt aminosyrornas desaminering.
3. Jäsningar förorsakade av smörsyrebakterier och av bakterier tillhörande coligruppen.

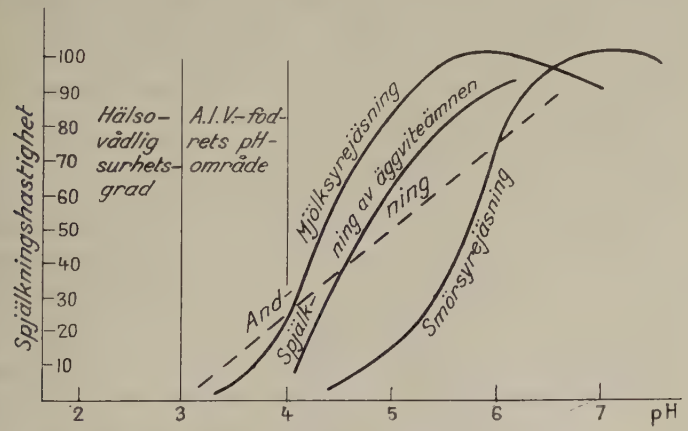
I mycket omfattande laboratorieförsök fastställde Virtanen:

1. att växtcellernas andning hastigt avtager, om fodret på ett eller annat sätt göres surare, eller med andra ord vid sjunkande p_H. Vid p_H 3—4 är andningen sålunda mycket obetydlig och avstannar fullständigt vid ungefär p_H 3.
2. att mikrobiell nedbrytning av äggvita till ammoniak icke äger rum under p_H 4.
3. att smörsyrebakteriernas liksom colibakteriernas verksamhet avstannar mellan p_H 4 och 5.

I ensileringsförsök under i praktiken förekommande betingelser fastställde därefter Virtanen, att färskt foder, som försatts med syra

till p_H under 4, skyddades mot här berörda skadliga biologiska processer. Svaga syror såsom mjölksyra eller fosforsyra visade sig härvid vara oanvändbara ur ekonomisk synpunkt. På ett ur ekonomisk synpunkt tillfredsställande sätt kunde ensileringen däremot genomföras under användande av mineralsyror. I AIV-metoden användes en blandning av saltsyra och svavelsyra.

Beskaffenheten av det sålunda ensilerade fodret ur fysiologisk synpunkt underkastades av Virtanen ingående undersökningar. Det har därvid visat sig, att ett ensilage, berett mellan p_H 3—4 gärna förtäres av djuren och kan betraktas som ett i allo hälsosamt foder. Den använda saltsyran fastlägges i ensilaget i form av salter av kalium, calcium, magnesium etc., och i stället frigöres ur fodret motsvarande mängder av citronsyra och andra växtsyror. Några rubbningar i djurens hälsotillstånd till följd av ensilagets salthalt eller minskade alkalireserv uppträda icke. Vid mycket kraftig AIV-utfodring bör ensilaget emellertid neutraliseras med en avpassad mängd soda-kritablandning. Om vid ensileringen fodret surgöres starkare än till p_H 3, förtäres det däremot ogärna av djuren och medför även påtagliga rubbningar i deras hälsotillstånd. p_H-området 3—4 är därför det aciditetsområde, inom vars gränser ett ur hittills berörda synpunkter fullvärdigt ensilage kan beredas under minsta möjliga näringsförluster. Tydligast åskådliggöres detta förhållande genom följande diagram.



Ur diagrammet framgår utöver vad hittills anförts, att inom p_H-området 3—4 en viss om än långsam mjölksyrebildning äger rum. Virtanen framhåller, att denna mjölksyrebildning saknar betydelse ur ensileringssynpunkt. Att ensilagets slutliga p_H ej är

beroende därav framgår av försök utförda under tillsats av toluol, som fullständigt förhindrar mjölksyrebildningen. Några förluster i ensilagets fodervärde uppstå knappast genom mjölksyrejäsningen, då de små mängder mjölksyra, som därvid bildas, ur utfodringssynpunkt torde få anses likvärdiga med socker.

I ett väl inlagt AIV-ensilage behöva näringsförlusterna icke överstiga 10 %. Det kan nämnas, att förlusterna vid höbärgning äro 2—4 gånger större.

Av största betydelse är, att vitaminerna bevaras synnerligen väl i AIV-ensilaget. Särskilt viktigt är detta beträffande provitamin A, karotinet, som fullständigt bevaras i AIV-fodret, under det att exempelvis höets karotin snabbt förstöres. Vid vanlig stallutfodring av mjölkkor utan ensilage sjunker under vintern och våren mjölkens halt av karotin och vitamin A ned till en bråkdel av sommarmjölkens värden. Om vid stallutfodringen AIV-ensilage ingår i foderstaten (t. ex. 20 kg per ko och dag) har däremot mjölken under hela året en hög halt av karotin och vitamin A. I själva verket har vintermjölken vid sådan utfodring praktiskt taget samma värde som A-vitamin-källa som sommarmjölken. Betydelsen härav ur folkhälsosynpunkt är uppenbar.

Bland de stora fördelar ensileringen innebär vid tillvaratagandet av foderskördarna må ytterligare följande framhållas: Ensileringsförfarandet gör jordbrukaren i avsevärd omfattning oberoende av väderleksförhållandena. Metoden gör det möjligt att tillvarataga återväxten i form av sena skördar, vilka under hösten icke skulle kunna bärgas genom vanlig torkning på fältet. Ensilage, i synnerhet av baljväxtrikt foder, utgör på grund av sin stora äggvite- och vitaminhalt en god ersättning för kraftfoder i form av oljekakor och dylikt. Användandet av ensilage medför därför för många länder väsentligt ökade möjligheter till självförsörjning med avseende på fodermedel.

Sammanfattningsvis kan om Virtanens ensileringsmetod utsägas, att den innebär ett utmärkt sätt att konservera foder, och att dess införande i det praktiska jordbruket i hög grad gagnat såväl jordbruksnäringen själv som folkhälsan. Det må i detta sammanhang anmärkas, att det inte torde vara uteslutet, att här i Sverige inom en inte alltför avlägsen framtid mjölken kommer att betalas efter totala A-vitamineffekten (halten av A-vitamin och karotin). Detta kommer i så fall med säkerhet att medföra en betydligt ökad användning av AIV-metoden. Den redan nu snabbt stegrade användningen av AIV-metoden i vårt land framgår av följande siffror, vilka avse inlagd grönmassa i ton. År 1936: 40 000; 1940: 110 000; 1944: 295 000; 1945: 396 000.

AIV-metoden måste betraktas som Virtanens hittills förnämsta praktiska insats inom agrikultur- och näringskemien. Bland hans många övriga betydelsefulla arbeten på detta område må här endast omnämnas hans undersökningar över lecitinspjälkningen i smör. Han har på grundval av dessa undersökningar utarbetat en metod för den praktiska smörberedningen, vilken bl. a. baserar sig på användandet av ett buffrat smörsalt, och varigenom det svåra lagringsfelet oljig smak väsentligen eliminerats. Denna metod, vilken först nyligen i sina huvuddrag publicerats, har sedan år 1927 tillämpats i den finska smörberedningen och har haft en utomordentligt stor betydelse för det finska smörets kvalité och därmed för den finska smörexporten.

Det råder ett visst samband mellan Virtanens foderkonserveringsmetod och hans undersökningar över den biologiska kvävebindningen, såtillvida att undersökningarna på båda dessa områden ingå i Virtanens brett upplagda arbetsprogram för förbättrande av folkförsörjningen. Medan foderkonserveringsmetoden har sitt stora intresse och sitt stora värde huvudsakligen ur praktisk synpunkt såsom ett betydelsefullt medel att underlätta vår försörjning, utgöra Virtanens undersökningar över den biologiska kvävefixeringen ur rent vetenskaplig synpunkt ett av de intressantaste avsnitten inom den moderna biokemien. Den biologiska kvävefixeringen eller med andra ord produktionen av äggvita med det elementära luftkvävet som kvävekälla har Virtanen studerat dels hos den fritt levande, kvävesamlande bakterien Azotobacter men framför allt hos baljväxtbakterierna. Dessa senare, som leva i symbios med baljväxterna och i växten äro lokaliserade till de välbekanta rotknölarna, förläna sin värdplanta förmågan att uppta luftkväve och överföra detta till äggvita, en omständighet som ger baljväxterna en privilegierad ställning med hänsyn till kväveförsörjningen.

De väsentligaste intermediärprodukterna vid kväveassimilationen i baljväxternas rotknölar utgöras enligt Virtanens undersökningar av hydroxylamin, oxalättiksyra och l-asparaginsyra. Den sistnämnda substansen, som uppträder såsom sekretionsprodukt från rotknölarna, utnyttjas som kvävekälla med speciell förkärlek av baljväxterna men däremot praktiskt taget inte av icke-leguminoser. Detta antyder alltså, att l-asparaginsyran är den vid den biologiska kvävebindningen primärt uppträdande aminosyran, av vilken växten sedan bygger upp sin äggvita. Den andra viktiga punkten i analysen av mekanismen vid kvävefixeringen var påvisandet att baljväxterna producera oxalättiksyra, och dessutom att oximen av denna syra uppträder som sekretionsprodukt ur rotknölarna. Nu

reagera bevisligen oxalättiksyra och hydroxylamin i vattenlösning spontant med varandra under oximbildning. Oximen kan å andra sidan genom reduktion överföras till asparaginsyra.

Med dessa premisser som utgångspunkt ter sig mekanismen vid kvävefixeringen på följande sätt. Bakterierna bilda av luftkvävet intermediärt i små mängder hydroxylamin, eventuellt över di-imid som mellanprodukt. Det bildade hydroxylaminet reagerar spontant med oxalättiksyra, som värdplantan producerar ur sitt kolhydratförråd, och det uppstår oxalättiksyrans oxim. Denna reduceras sedan till l-asparaginsyra, och från denna substans är slutligen vägen öppen för äggvitesyntesen i växten.

Det är slutligen ytterligare ett synnerligen intressant förhållande vid kvävefixeringen, som Virtanen lyckats klarlägga. Om en baljväxtplanta har god förmåga att assimilera luftkväve, påträffas i dess rotknölar ett rött pigment, vilket däremot saknas i icke-assimilerande plantor. Virtanen har fastställt, att kvävefixeringen är knuten till förekomsten av det röda pigmentet, och att en ytterligare förutsättning är tillräcklig syretillförsel. I samtidiga undersökningar av Virtanen och andra forskare har det fastställts, att det röda pigmentet är en hämoprotein av hämoglobinnatur. Virtanen har vidare fastställt, att det i rotknölarna existerar en fotokemisk jämvikt mellan hämoglobin och methämoglobin, varvid det vid kvävefixeringen verksamma hämoglobinet gynnas av ljusbestrålning. I utomordentligt intressanta experiment har Virtanen slutligen visat, att kvävefixeringen äger rum i en renkultur av baljväxtbakterier, vilken försatts med oxalättiksyra och ett sterilfiltrerat extrakt av rotknölar innehållande hämoglobinsystemet. Han har därigenom lyckats att *in vitro* på ett väsentligt klargörande sätt demonstrera den kemiska naturen av den biologiska kväveassimilationen.

Prof. Virtanen föddes i Helsingfors 1895. Efter studier där vann han sin doktorsgrad 1919 och fick anställning som kemist hos Andelssmörexportföreningen Valio, blev 1924 docent i biokemi vid Helsingfors universitet och 1924 föreståndare för Biokemiska forskningsanstalten i Helsingfors. Sedan 1931 är V. professor i biokemi vid Tekniska Högskolan i Helsingfors.

År 1936 promoverades V. till hedersdoktor vid Lunds Universitet, 1938 erhöll han Svenska kemiska sällskapets Scheele-medalj och 1943 Vetenskapsakademiens Adelskölds-medalj.

Ragnar Nilsson.

Kemiska reaktionsformler.

Av LARS GUNNAR SILLÉN.

III. Syror och baser.[1]

De Brönstedska syra-basbegreppen[2] ha kommit mycken oro åstad i lärarkretsar. Det har sagts, att de äro svåra för skolstadiet, stundom även att de äro för svåra t. o. m. för universitetsstudenter. Professor Häggs utmärkta lärobok, som helt grundats på dessa begrepp, har, kanske särskilt i Sydsverige, fått ett oförtjänt rykte för att vara svårbegriplig; ehuru den är avsedd för högskoleundervisning, borde dock en gymnasist med någon eftertanke kunna begripa större delen av boken.

Några års erfarenhet vid högskoleundervisning i Brönsteds anda synas ge vid handen, att de nya begreppen på intet sätt äro svårare än de äldre. Tvärtom äro de i sig själva ytterst enkla och göra det lättare än förut att förstå och räkna med syrabasjämvikter. — Den egentliga svårigheten kommer in, när den som en gång byggt upp sina kunskaper efter det äldre systemet skall ställa om sig till det nya. Särskilt om det äldre tänkesättet rotats fast under många år, kan omställningen vålla en del möda. — När man i en framtid redan från skolan lärt sig tänka på det nya sättet, torde undervisningen i många punkter bli betydligt enklare än nu.

I det följande skall jag söka visa, hur Brönsteds syra-basbegrepp kan uppfattas som en naturlig vidarebyggnad på Arrhenius' äldre. Jag skall huvudsakligen hålla mig till förlopp i vattenlösning, med vilka de flesta av kända skäl äro mest förtrogna; det är ju så gott som utslutande vattenlösningar som behandlas i skolkursen. — Därvid förbigår jag medvetet ett av de allra viktigaste skälen för de Brönstedska begreppens genombrott, nämligen att de till skillnad från de äldre kunna tillämpas även på andra lösningsmedel än vatten.

Efter Arrhenius definierades en *syra* som en molekyl, som i lösning kan avspjälka vätejoner, H^+, eller med ett annat namn protoner. Syror i denna mening äro alltså t. ex. fosforsyra och ättiksyra: $H_3PO_4 \rightleftharpoons H_2PO_4^- + H^+$; $HAc \rightleftharpoons Ac^- + H^+$.

Denna definition av syra *bibehålles* av Brönsted, men *utvidgas* till att även omfatta laddade molekyler, dvs. joner: *En syra är en (laddad eller oladdad) molekyl, som kan avge en proton* H^+.

[1] Forts. från dec.h. 1945.
[2] Rec. trav. chim. Pays-Bas 42, 718, 1923.

Syror enligt Brönsted äro först och främst alla de ämnen, som kallas syror enligt det äldre bruket, och dessutom sådana joner som $H_2PO_4^-$, HPO_4^{2-}, NH_4^+ och $C_6H_5NH_3^+$, vilka kunna avspjälka protoner genom följande förlopp:

$$H_2PO_4^- \rightleftharpoons HPO_4^{2-} + H^+; \quad HPO_4^{2-} \rightleftharpoons PO_4^{3-} + H^+.$$
$$NH_4^+ \rightleftharpoons NH_3 + H^+; \quad C_6H_5NH_3^+ \rightleftharpoons C_6H_5NH_2 + H^+.$$

Denna Brönsteds utvidgning av syrabegreppet är i och för sig mycket naturlig och torde ej vålla några tankesvårigheter.

En *bas* definierades tidigare som en molekyl, som i vattenlösning kan avspjälka OH^--joner. Till baser i denna mening räknade man dels »starka baser» såsom NaOH, KOH m. fl., dels »svaga baser», såsom NH_4OH, $C_6H_5NH_3OH$ m. fl.

Vad först de »starka baserna» beträffar, finns det enligt nutida uppfattning inga molekyler av formeln NaOH eller KOH, som kunde avspjälka OH^--joner. Även i fast tillstånd finnas blott joner $Na^+(K^+)$ och OH^-, och lösningarna innehålla inga molekyler utan blott fria joner. Dessa ämnen motsvara alltså ej den äldre definitionen på en bas.

På de »svaga baserna» passar definitionen ej heller. Av åtskilliga goda skäl, varav ett skall framföras senare i denna uppsats, anser man numera, att de oladdade molekylerna i lösningar av ammoniak och anilin böra skrivas NH_3 och $C_6H_5NH_2$; molekyler av formlerna NH_4OH och $C_6H_5NH_3OH$ äro förmodligen ej beständiga.

Den äldre definitionen på en bas är sålunda meningslös: den motsvaras varken av de »starka baserna» eller av de »svaga baserna» i äldre mening. Ordet »bas» är alltså ledigt, och man har full rätt att söka ge det ett nytt innehåll.

Det ligger nära till hands att definiera begreppet bas så, att det kan tillämpas på samma ämnesklasser som den äldre definitionen avsåg att gälla. Om vi betrakta dels jonen OH^-, som utmärker de f. d. »starka baserna», dels molekylerna NH_3, $C_6H_5NH_2$ osv., till vilka de f. d. »svaga baserna» återförts, så finna vi hos dem en gemensam egenskap: de kunna alla dra till sig en proton H^+, varvid i de nämnda fallen bildas H_2O, NH_4^+ och $C_6H_5NH_3^+$. Brönsted har grundat begreppet bas på denna egenskap och definierat: *en bas är en (laddad eller oladdad) molekyl, som kan dra till sig en proton.* Med denna definition bli ej blott OH^-, NH_3 och $C_6H_5NH_2$ baser utan även t. ex. Ac^-, HPO_4^{2-} och H_2O:

$$OH^- + H^+ \rightleftharpoons H_2O; \quad NH_3 + H^+ \rightleftharpoons NH_4^+; \quad C_6H_5NH_2 + H^+ \rightleftharpoons C_6H_5NH_3^+;$$
$$Ac^- + H^+ \rightleftharpoons HAc; \quad HPO_4^{2-} + H^+ \rightleftharpoons H_2PO_4^-; \quad H_2O + H^+ \rightleftharpoons H_3O^+.$$

Av dessa definitioner på syra och bas följer att en syra alltid kommer att svara mot en bas och tvärtom, på grund av sambandet

$$\text{syra} \rightleftarrows \text{bas} + H^+.$$

En *syra* och *motsvarande bas* (ibland »korresponderande bas») kallas ett *syrabaspar* (ibland »protolytsystem»). Syrabaspar äro alltså $HAc - Ac^-$, $NH_4^+ - NH_3$, $H_2PO_4^- - HPO_4^{2-}$ osv. Många molekyler, såsom H_2O, $H_2PO_4^-$ och HCO_3^-, kunna verka både som syra och som bas. En sådan molekyl kallas en *amfolyt*.

När en bas möter en syra från ett annat syrabaspar, kan den draga till sig en proton från syran. Ett sådant förlopp kallas *syrabasförlopp* (protonbyte, protolys), t. ex.

$$NH_3 + HAc \rightleftarrows NH_4^+ + Ac^-$$

eller allmänt

$$\text{bas}_1 + \text{syra}_2 \rightleftarrows \text{syra}_1 + \text{bas}_2.$$

Jonbildningen i en vattenlösning av ättiksyra är ett fullkomligt likartat förlopp, där H_2O är basen:

$$H_2O + HAc \rightleftarrows H_3O^+ + Ac^-.$$

Fria protoner ha ej kunnat påvisas i mätbar mängd i någon lösning. En syra kan därför ej avge en proton, om den ej möter en bas. HCl i torr bensol är sålunda oledande för elström; en HCl-molekyl kan ej avspjälka en proton, då varken C_6H_6 eller en annan HCl-molekyl skulle kunna upptaga denna proton, och protonen ej kan finnas fri.

I en amfolyt kan ett inre protonbyte (en autoprotolys) äga rum t. ex.

$$2H_2O \rightleftarrows H_3O^+ + OH^-; \quad 2HPO_4^{2-} \rightleftarrows H_2PO_4^- + PO_4^{3-}.$$

Vatten kan reagera på två sätt med ett syrabaspar s-b: antingen kan det draga en proton från syran eller avge en proton till basen:

$$H_2O + s \rightleftarrows H_3O^+ + b \text{ (ibland kortare } s \rightleftarrows H^+ + b) \quad (1)$$

$$b + H_2O \rightleftarrows s + OH^-. \quad (2)$$

Syror i vatten. När man i vatten löser HCl-gas eller vattenfri $HClO_4$, går förloppet (1) så gott som fullständigt till höger

$$H_2O + HCl \rightarrow H_3O^+ + Cl^-; \quad H_2O + HClO_4 \rightarrow H_3O^+ + ClO_4^-.$$

Då det ej gäller mycket höghaltiga lösningar, är halten av molekyler av den ursprungliga syran försvinnande låg. Den enda syra som finns kvar i lösningen är »vätejonen» H_3O^+.

(Formeln H_3O^+(hydroniumjon), som strängt taget ej är alldeles riktig — rättare vore $H_{2n+1}O_n^+$ — brukar man använda, när

man vill betona, att de s. k. vätejonerna alltid äro bundna till vatten. I de flesta sammanhang kan man emellertid utan risk för missförstånd använda det kortare skrivsättet H^+ och namnet vätejon, likaväl som man skriver Al^{3+} och säger aluminiumjon istället för $Al(H_2O)_6^{3+}$ och hexakvoaluminiumjon, som vore riktigare. Se del I).

För svagare syror såsom HAc eller H_2CO_3 har man en jämvikt med mätbara halter av både syra och bas:

$$H_2O + HAc \rightleftarrows H_3O^+ + Ac^- \quad \text{(förkortat } HAc \rightleftarrows H^+ + Ac^-\text{)}$$
$$H_2O + H_2CO_3 \rightleftarrows H_3O^+ + HCO_3^- \quad \text{(» } H_2CO_3 \rightleftarrows H^+ + HCO_3^-\text{).}$$

I en lösning av en syra i vatten finner man alltså ett överskott av fria vätejoner, lösningen är sur. Detta gäller även för lösningar med laddade syror såsom NH_4^+ eller $C_6H_5NH_3^+$:

$$H_2O + NH_4^+ \rightleftarrows H_3O^+ + NH_3 \quad (NH_4^+ \rightleftarrows H^+ + NH_3)$$
$$H_2O + C_6H_5NH_3^+ \rightleftarrows H_3O^+ + C_6H_5NH_2 \quad (C_6H_5NH_3^+ \rightleftarrows C_6H_5NH_2 + H^+).$$

Detta är förklaringen till att lösningar av salter med dessa sura joner reagera surt.[1] Formeln bör alltså ej skrivas:

$$(NH_4Cl + H_2O = NH_4OH + HCl)$$

ty dels äro NH_4Cl och HCl fullständigt spjälkade i joner, dels finns det sannolikt inga oladdade molekyler av formeln NH_4OH.

Orsaken till att vissa metallsalters lösningar reagera surt är ej, såsom man tidigare antog, att oladdade hydroxidmolekyler bildas:

$$(AlCl_3 + 3H_2O = Al(OH)_3 + 3HCl)$$
$$(Fe(NO_3)_3 + 3H_2O = Fe(OH)_3 + 3HNO_3).$$

Dessa metalljoner ha ett ganska fast vattenhölje — $Al(H_2O)_6^{3+}$, $Fe(H_2O)_6^{3+}$ — från vilket protoner kunna lösgöras; de äro alltså syror. Reaktionsformeln är

$$Al(H_2O)_6^{3+} + H_2O \rightleftarrows Al(H_2O)_5OH^{2+} + H_3O^+$$

(kortare $Al(H_2O)_6^{3+} \rightleftarrows Al(H_2O)_5OH^{2+} + H^+$, ibland ännu kortare

$$Al^{3+} + H_2O \rightleftarrows AlOH^{2+} + H^+)$$

och motsvarande för järn(III)jonen.

Om OH^- tillsättes, kunna f. ö. aluminiumjonerna förlora flera protoner och övergå till den svårlösliga $Al(OH)_3$; vid ytterligare tillsats av OH^- får man joner, där 4 H^+ avspjälkats från $Al(H_2O)_6^{3+}$, alltså $Al(H_2O)_2(OH)_4^-$ (förkortat $Al(OH)_4^-$, AlO_2^-).

[1] Om ej den negativa jonen är en bas, ty då kan man få syrabasförlopp, där vatten ej deltar: $NH_4^+ + Ac^- \rightleftarrows NH_3 + HAc$.

Baser i vattenlösning. De »starka baserna» efter äldre uttrycksätt, alltså hydroxiderna, innehålla alla basen OH^-, som ej ändras vid upplösning i vatten. Det finns emellertid ännu starkare baser än OH^-, t. ex. jonerna O^{2-}, NH_2^-, N^{3-} och C_2^{2-}, som finnas i salterna $Ca^{2+}O^{2-}$, $Na^+NH_2^-$, $Mg_3^{2+}N_2^{3-}$ och $Ca^{2+}(C_2)^{2-}$. När dessa nedföras i vatten, reagera baserna praktiskt taget fullständigt till höger enligt (2) under bildning av OH^-:

$$O^{2-} + H_2O \rightarrow OH^- + OH^-; \quad NH_2^- + H_2O \rightarrow NH_3 + OH^-;$$
$$N^{3-} + 3H_2O \rightarrow NH_3 + 3OH^-; \quad C_2^{2-} + 2H_2O \rightarrow C_2H_2 + 2OH^-.$$

För svagare baser leder motsvarande förlopp till en mätbar jämvikt:

$$NH_3 + H_2O \rightleftarrows NH_4^+ + OH^-; \quad C_6H_5NH_2 + H_2O \rightleftarrows C_6H_5NH_3^+ + OH^-.$$

I en lösning av en bas i vatten finnes alltså ett överskott av OH^--joner, den är alkalisk. Detta gäller även för lösningar av laddade baser, t. ex.

$$S^{2-} + H_2O \rightleftarrows SH^- + OH^-; \quad CO_3^{2-} + H_2O \rightleftarrows HCO_3^- + OH^-$$
$$Ac^- + H_2O \rightleftarrows HAc + OH^-; \quad PO_4^{3-} + H_2O \rightleftarrows HPO_4^{2-} + OH^-.$$

Att en sodalösning reagerar alkaliskt bör ej förklaras med formeln

$$(Na_2CO_3 + 2H_2O = H_2CO_3 + 2NaOH).$$

För det första finnas inga molekyler Na_2CO_3 och NaOH utan blott fria joner Na^+, CO_3^{2-} och OH^-, och för det andra torde huvudsakligen vätekarbonatjonen HCO_3^- bildas och ej H_2CO_3.

Man får ofta höra följande tankegång: »Vattnet dissocieras till H^+ och OH^-. Natriumkarbonatet är salt av en svag syra och en stark bas. Alltså reagerar det med H^+, så att H_2CO_3 bildas, och då får man kvar NaOH, som är en stark bas». Något bättre är följande: »Vattnet dissocieras till H^+ och OH^-. Karbonatjonerna dra till sig H^+, så att bara OH^- blir kvar; lösningen blir då alkalisk». Detta sätt att framställa saken gör det svårare att förstå jämvikten. Det är inte så att OH^- och H^+ funnits fria från början och att CO_3^{2-} blott tar bort en del av de ursprungliga H^+, så att OH^- bli kvar. Karbonatjonerna slita sönder vattenmolekylerna:

$$CO_3^{2-} + H_2O \rightleftarrows HCO_3^- + OH^-$$

så att OH^- bildas. Detta är den riktiga formeln; på den kan man tillämpa massverkans lag.

Ett stöd för att ammoniak i vattenlösning bör skrivas NH_3 och ej NH_4OH kan man hämta ur de substituerade ammoniumsalternas kemi. Vi börja med en skildring, som utgår från den äldre uppfattningen:

»Ammoniumhydroxid NH_4OH är en svag bas ($K_b = 1{,}8 \cdot 10^{-5}$). Byter man ett efter ett ut vätena mot CH_3 (här förkortat R), så får man först tre *svaga* baser: $RNH_3OH(K_b = 4{,}4 \cdot 10^{-4})$, $R_2NH_2OH(K_b = 5{,}2 \cdot 10^{-4})$ och $R_3NHOH(K_b = 5{,}5 \cdot 10^{-5})$. När det sista vätet bytes ut mot metyl, får man R_4NOH, som däremot är en *stark* bas, lika stark som NaOH eller KOH.»

Det förefaller mycket egendomligt, att en och samma åtgärd — utbyte av H mot CH_3 — har så kraftig verkan i det sista fallet och så obetydlig i de tre första. Saken blir emellertid ganska självklar med det nyare betraktelsesättet. De »fria baserna» framställer man ju genom att till en lösning av ett salt, t. ex. $RNH_3^+Cl^-$, sätta hydroxyljoner, t. ex. från Ag^+OH^- eller Na^+OH^-. Upp till trimetylammoniumjonen äro katjonerna syror, som kunna avge en proton till OH^-:

$$NH_4^+ + OH^- \rightleftarrows NH_3 + H_2O; \quad RNH_3^+ + OH^- \rightleftarrows RNH_2 + H_2O;$$
$$R_2NH_2^+ + OH^- \rightleftarrows R_2NH + H_2O; \quad R_3NH^+ + OH^- \rightleftarrows R_3N + H_2O.$$

Härvid bildas de oladdade baserna. Jämvikten är ganska långt förskjuten till höger, varför OH^--halten är låg. Tetrametylammoniumjonen däremot har ingen proton, som den kunde avge. Lösningen kommer därför att innehålla de fria jonerna $R_4N^+ + OH^-$, som ej reagera med varann, och blir sålunda starkt alkalisk.

Vi se alltså, att vad som var oförklarligt, när basernas formler skrevos NH_4OH, RNH_3OH osv. blir fullt naturligt, om formlerna antagas vara NH_3, RNH_2 osv.

Ett liknande fall har man f. ö. i den starkt alkaliska lösning som man får genom att lösa upp $Cu(OH)_2$ eller CuO i ammoniak:

$$Cu(OH)_2(s) + 4NH_3 \rightarrow Cu(NH_3)_4^{2+} + 2OH^-.$$

Även här är den starka basen OH^- fri, emedan den ej kan reagera med katjonen, lika litet som i en Na^+OH^--lösning.

Det har ovan påpekats, att de Brönstedska syrabasbegreppen äro mycket allmännare än de äldre därför att de kunna tillämpas på protonbyten i alla slag av lösningar. Orsaken till att just jonen OH– fått en sådan särställning i det äldre basbegreppet är givetvis den rikliga förekomsten av H_2O på vår planet.[1] Om kemister funnes på Saturnus eller Jupiter, där haven till stor del lära bestå av flytande NH_3, så kunde de med samma grad av godtycke definiera en bas som ett ämne, som i flytande ammoniak avspjälkar jonen NH_2^-, t. ex. natriumamid, $Na^+NH_2^-$. Då lösningar av

[1] Ett liknande godtycke låg f. ö. under den äldre definitionen på oxidation och reduktion, som enbart grundade sig på syret; den berodde givetvis på att vårt lufthölje håller 21 % O_2.

$Na^+NH_2^-$ och $NH_4^+Cl^-$ i flytande ammoniak sammanslås, så sker förloppet $NH_4^+ + NH_2^- \rightarrow 2NH_3$, vilket är fullständigt analogt med $O^sH^+ + OH^- \rightarrow 2H_2O$ i vattenlösning.

I en lösning av den mycket starka basen NH_2^- i flytande ammoniak kan man visa, att ämnen som etanol, anilin och trifenylmetan äro syror:

$$C_2H_5OH+NH_2^- \rightarrow C_2H_5O^-+NH_3;\ C_6H_5NH_2+NH_2^- \rightarrow C_6H_5NH^-+NH_3;$$
$$(C_6H_5)_3CH+NH_2^- \rightarrow (C_6H_5)_3C^-+NH_3.$$

I starkt sura lösningar visar det sig å andra sidan, att många ämnen äro baser, vilka man kanske ej väntat sig vara det. Att eter löser sig lätt i starka syror beror på att den är en bas, som bildar dietyloxoniumjon:

$$(C_2H_5)_2O+H_2SO_4 \rightarrow (C_2H_5)_2OH^+ + HSO_4^-.$$

Liknande förlopp ske med aceton och ättiksyra, och även salpetersyra och fosforsyra visa sig kunna verka som baser:

$$(CH_3)_2CO+H_2SO_4 \rightarrow (CH_3)_2COH^+ + HSO_4^-;$$
$$CH_3COOH+H_2SO_4 \rightarrow CH_3C(OH)_2^+ + HSO_4^-;$$
$$HNO_3+H_2SO_4 \rightarrow H_2NO_3^+ + HSO_4^-;\ H_2NO_3^+ + H_2SO_4 \rightarrow N(OH)_3^{2+} + HSO_4^-;$$
$$H_3PO_4+H_2SO_4 \rightarrow P(OH)_4^+ + HSO_4^-.$$

I den starkaste av alla kända syror, överklorsyra, visar sig även svavelsyra vara en bas: $H_2SO_4+HClO_4 \rightarrow H_3SO_3^{2+} + ClO_4^-$.
Man har f. ö. kunnat renframställa salterna $P(OH)_4^+ClO_4^-$, $H_2NO_3^+ClO_4^-$ (eller skrivet på annat sätt $NO(OH)_2^+ClO_4^-$) och $N(OH)_3^+(ClO_4^-)_2$.

Det frågas stundom, vilka ändringar i språkbruket som de nya begreppen föra med sig. Särskilt för den lägre undervisningen är denna fråga viktig; om man ej vill föra in syrabasdefinitionerna förrän på gymnasiet, så bör man i varje fall ej på realskolan införa några begrepp, som man sedan måste taga tillbaka på gymnasiet.

Ordet *syra* torde ej vålla någon svårighet; det kan tillämpas på alla ämnen, som hittills kallats syror (om man undantar några anhydrider, såsom »kolsyra» CO_2 och »kromsyra» CrO_3, som ej heller passa in i Arrhenius' definition). De koncentrerade syrorna innehålla även molekyler H_2SO_4, HNO_3 och HCl. Att »utspädd svavelsyra» knappast innehåller någon annan syra än H_3O^+ och möjligen HSO_4^- torde ej behöva framhållas genom namnet (»vätesulfat» eller »hydroniumsulfat» för svavelsyra är ej felaktigt men ganska onödigt).

I fråga om ordet *bas* måste däremot språkbruket ändras avsevärt. Ammoniak och anilin äro fortfarande baser, ehuru de skrivas NH_3 och $C_6H_5NH_2$ och ej »NH_4OH» och »$C_6H_5NH_3OH$». Men NaOH och $Ca(OH)_2$ äro ej baser utan *salter*, vars negativa jon är basen

OH^-. Vill man söka ett gemensamt namn för de f. d. »starka baserna», så kan man välja *hydroxider*; i lösning kan man tala om *alkali* eller *lut*.

Ett salt bör ej betraktas som ett »salt av en bas och en syra» utan som ett salt av två (eller flera) joner. NaCl är ej ett »salt av NaOH och HCl» utan ett salt av jonerna Na^+ och Cl^-; NH_4Cl är ett salt av NH_4^+ och Cl^-; $KAl(SO_4)_2$, $12H_2O$ är ett salt av K^+, $Al^{3+}(Al(H_2O)_6^{3+})$ och SO_4^{2-} osv. Om en av saltets joner är en syra, t. ex. NH_4^+ eller $Al(H_2O)_6^{3+}$, blir lösningen i allmänhet sur enligt (1); är en av jonerna en bas, t. ex. CO_3^{2-} eller Ac^-, blir lösningen i allmänhet alkalisk,[1] enligt (2). Ordet *hydrolys* för förloppen (1) och (2) är riktigt, ty det är fråga om en reaktion med vatten; men man får minnas, att då även följ. reaktioner äro hydrolyser:

$$NH_3 + H_2O \rightleftarrows NH_4^+ + OH^- \quad \text{och} \quad H_2O + HAc \rightleftarrows H_3O^+ + Ac^-.$$

Mot ordet *neutralisation* för reaktionen mellan H_3O^+ och OH^- kan föga invändas. När lösningar av $H_3O^+Cl^-$ och Na^+OH^- slås samman, reagerar syran H_3O^+ med basen OH^-, så att vatten bildas: $H_3O^+ + OH^- \rightarrow 2\,H_2O$. Kvar i lösningen äro jonerna Na^+ och Cl^-, som vid indunstning bilda saltet NaCl(s).

Ordet *amfolyt* för $Al(OH)_3$ är såtillvida riktigt som $Al(H_2O)_3(OH)_3$ i lösning både kan upptaga protoner (varvid slutligen $Al(H_2O)_6^{3+}$ bildas) och avge åtminstone en proton, varvid $Al(H_2O)_2(OH)_4^-$ bildas.

Det säges ibland, att det är olämpligt att söka ge en ny innebörd åt gamla hävdvunna begrepp som syra och bas. Men vi ha sett att det Brönstedska syrabegreppet blott är en utvidgning av Arrhenius' äldre. Basbegreppet är visserligen nytt, men det har valts i nära anslutning till det äldre basbegreppet, som ej kunde upprätthållas mot nyare rön.

Definitionerna på syra och bas ha f. ö. växlat åtskilligt under tidernas lopp. Berzelius avsåg med syror de »sura oxiderna» SO_3, CO_2, N_2O_5 osv. samt ett fåtal »vätesyror» såsom HCl, och med baser de »basiska oxiderna» Na_2O, CaO, $(NH_4)_2O$ osv. Liebig definierade en syra som ett ämne, där väte kan ersättas med en metall.

Varje gång, då nya rön tvungit till en ändring i kemins grundbegrepp, har det funnits en övergångstid, då det nyare tänkesättet av den äldre skolan förklarats vara en onödig nymodighet, och då bägge framställningssätten förekommit samtidigt i litteraturen. Var och en bör hjälpa till att göra motsvarande övergångstid till det Brönstedska tänkesättet så kort som möjligt.

[1] Om lösningen innehåller flera syrabaspar utom vatten och dess joner, eller en amfolyt, blir det svårare att förutsäga om lösningen blir sur eller alkalisk. Beräkning av pH i dylika fall ingår i högskolekursen.

Om konsekutiva sammansatta udda tal.

Av AGNE WAHLGREN.

I en uppsats av K. Blix i föregående häfte visas, att om p_n betecknar det n:te primtalet, man alltid kan finna serier av $p_{n-1} - 1$ konsekutiva udda tal, som alla ha en divisor $\leq p_n$. Därefter ställes frågan: Är detta det största möjliga antalet udda tal i en dylik serie? Frågan besvaras jakande för $p_n < 23$ och för $p_n = 29$. Däremot anges för vartdera av talen 23 och 37 en grupp serier med 19 resp. 32 tal. För $p_n = 31$ och $p_n > 37$ lämnas frågan oavgjord. Jag har nu funnit, att frågan måste besvaras jakande för $p_n = 31$ och 41. För $p_n = 37$ har jag funnit ytterligare två grupper av serier, i det ena fallet med 32, i det andra med 31 termer. För $p_n = 43$ finnes en grupp serier med 42 och en annan med 44 termer, och för $p_n = 47$ har jag funnit icke mindre än ett trettiotal olika serier av divisorer med minst 43 termer. Jag skall mera i detalj behandla fallen $p_n = 31$ och 37 och endast ägna några rader åt de övriga fallen.

a) $p_n = 31$.

Kan man finna en serie av 29 konsekutiva udda tal, alla delbara med något av primtalen $3, 5 \ldots . 31$? Den väsentliga uppgiften består i att finna ordningsföljden för divisorerna, dvs. att fylla 29 platser med nämnda divisorer.

Eftersom vart tredje udda tal är delbart med 3, kunna 10 treor placeras. Jämte mellanliggande divisorer blir detta 28 tal. Det lämnas öppet, om den 29:de divisorn skall placeras framför första eller efter sista trean. Man kunde även tänka sig 9 treor med två divisorer p_i och p_j framför första och två p_h och p_k efter sista trean. Men då kan man tillfoga en trea framför p_i samt stryka p_k, varigenom man återkommer till första fallet.

Vid utplaceringen av femmorna kan den första sättas på vilken som helst av de 5 första platserna. Men eftersom serien av divisorer kan vändas, kan man inskränka sig till 3 fall. Om flera divisorer komma på samma plats, utsättes den minsta; obesatta platser markeras med punkter.

(.) 3 5 . 3 . . 3 . . 3 . 5 3 . . 3 5 . 3 . . 3 . . 3 . 5 3 (.)
(.) 3 . . 3 . 5 3 . . 3 5 . 3 . . 3 . . 3 . 5 3 . . 3 5 . 3 (.)
5 3 . . 3 5 . 3 . . 3 . . 3 . 5 3 . . 3 5 . 3 . . 3 . . 3

Av femmor besättas således 4 platser.

Sjuorna kunna placeras på 7 olika sätt. Var tredje sjua kommer på samma plats som en trea. Man finner, att antalet från treor fria sjuor blir 3 utom vid den symmetriska placeringen

(.) 3 . . 3 . . 3 . . 3 7 . 3 . . 3 . 7 3 . . 3 . . 3 (.) (1)

då antalet blir endast 2.

Divisorn 11 kan förekomma 3 gånger, men ena gången sammanfallande med en trea.

Följande tabell anger maximiantalet N för de olika divisorernas förekomst på fria platser.

$p=$	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31
$N=$	10	4	3	2	2	2	2	2	1	1

Summan blir 29. För att alla platser skola bli använda, fordras således, att inga divisorer sammanfalla (utom 5, 7 och 11 med 3). Speciellt om 5 och 7 sammanfalla, måste det ske på en treas plats. Och placeringen (1) med endast 2 sjuor måste förkastas. Med hänsyn härtill finnas endast följande möjligheter för placering av 5 och 7.

1) 3 5 . 3 . . 3 7 . 3 . 5 3 . 7 3 5 . 3 . . 3 . . 3 . 5 3 7
2) 3 . . 3 . 5 3 7 . 3 5 . 3 . 7 3 . . 3 . 5 3 . . 3 5 . 3 7
3) (.) 3 7 . 3 . 5 3 . 7 3 5 . 3 . . 3 . . 3 . 5 3 7 . 3 5 . 3 (.)
4) a 3 . 7 3 . 5 3 . . 3 5 . 3 . . 3 7 . 3 . 5 3 a 7 3 5 . 3
5) 5 3 7 a 3 5 . 3 . 7 3 . . 3 . 5 3 . . 3 5 . 3 7 . 3 a . 3
6) 5 3 . 7 3 5 . 3 . . 3 . . 3 . 5 3 7 . 3 5 . 3 . 7 3 . . 3

1) På de lediga platserna inpassas i ordning talen 23, 17, 11, 19, vilket kan ske på ett enda sätt. Sedan kunna ej två tal 13 placeras.

3 5 23 3 19 17 3 7 11 3 . 5 3 . 7 3 5 . 3 11 . 3 17 19 3 23 5 3 7

2), 3), 6) Talen 23 kunna ej inpassas.

4), 5) Talen 23 kunna placeras i *a*, men sedan hindras talen 17. Alla fallen äro således omöjliga.

b) $p_n = 37$.

Här gäller det att fylla 31 platser med primtalen 3, 5 .... 37.

Av treor kunna 11 placeras, om man låter serien börja och sluta med 3.

För femmornas placering är det tillräckligt att betrakta 3 fall, eftersom serien får vändas.

3 . . 3 . 5 3 . . 3 5 . 3 . . 3 . . 3 . 5 3 . . 3 5 . 3 . . 3
3 5 . 3 . . 3 . . 3 . 5 3 . . 3 5 . 3 . . 3 . . 3 . 5 3 . . 3
3 . 5 3 . . 3 5 . 3 . . 3 . . 3 . 5 3 . . 3 5 . 3 . . 3 . . 3

Av sjuor kunna 4 eller 5 placeras, varav 1 eller 2 sammanfalla med en trea och en med en femma. Antalet från 3 och 5 fria sjuor varierar således mellan 4 och 1.

Maximiantalet N för de olika divisorernas förekomst på fria platser anges av följande tabell:

$p =$	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37
$N =$	11	4	4	2	2	2	2	2	1	1	1

Summan blir 32. För att alla 31 platserna skola besättas, måste det således finnas minst 3 sjuor, fria från 3 och 5. Då finnas endast följande möjligheter för placering av 5 och 7, om vi observera, att vid den symmetriska placeringen av femmorna endast 4 olika placeringar av sjuorna behöva tas i betraktande, eftersom serien får vändas.

1) 3 7 . 3 . 5 3 . 7 3 5 . 3 . . 3 . . 3 . 5 3 7 . 3 5 . 3 . 7 3
2) 3 . 7 3 . 5 3 . . 3 5 . 3 . . 3 7 . 3 . 5 3 . 7 3 5 . 3 . . 3
3) 3 5 . 3 . . 3 7 . 3 . 5 3 . 7 3 5 . 3 . . 3 . . 3 . 5 3 7 . 3
4) 3 5 . 3 . . 3 . 7 3 . 5 3 . . 3 5 . 3 . . 3 7 . 3 . 5 3 . 7 3
5) 3 7 5 3 . . 3 5 7 3 . . 3 . . 3 . 5 3 . . 3 5 . 3 . . 3 a 7 3
6) 3 . 5 3 7 . 3 5 . 3 . 7 3 . . 3 . 5 3 . . 3 5 . 3 7 . 3 . . 3
7) 3 . 5 3 . 7 3 5 . 3 . . 3 . . 3 . 5 3 7 . 3 5 . 3 . 7 3 . . 3

1) Här kunna ej två tal 23 placeras. Men eftersom här finnas 4 sjuor, är ett bortfall tillåtet. Först placeras talen 19, vilket kan ske på två sätt. Men på grund av symmetrien behöver endast det ena behandlas. Sedan placeras i ordning talen 13, 11, 17, vilket ej kan ske på mer än ett sätt. På de återstående platserna som markerats med *m*, *n*, *r*, *s* insättes en godtycklig permutation av 23, 29, 31, 37. Man erhåller då följande serie.

3 7 17 3 19 5 3 *m* 7 3 5 *n* 3 13 *r* 3 *s* 11 3 17 5 3 7 19 3 5 13 3 11 7 3 (A)

I de följande fallen med endast 3 sjuor tillåtes intet bortfall.

2) Två tal 23 kunna ej placeras.

3) Placeringarna i ordningsföljden 23, 17, 11, 19, 13 äro entydigt bestämda, ty insättandet av 19 på platserna nr 5 och 24 skulle hindra varje placering av 13. Efter sista trean kan 5 tillfogas, så att termantalet blir 32. Serien blir

3 5 23 3 13 17 3 7 11 3 19 5 3 *m* 7 3 5 13 3 11 *n* 3 17 *r* 3 23
5 3 7 19 3 5 (B)

4) Placeringarna av 17, 23, 11, 19, 13 äro entydigt bestämda. Även här kan serien utökas med en femma. Serien blir

$$3\ 5\ 17\ 3\ 19\ 23\ 3\ 13\ 7\ 3\ m\ 5\ 3\ n\ 11\ 3\ 5\ r\ 3\ 17\ 13\ 3\ 7\ 19$$
$$3\ 11\ 5\ 3\ 23\ 7\ 3\ 5 \qquad (C)$$

I stället för m, n, r insättes i (B) och (C) en godtycklig permutation av 29, 31, 37.

5) Talen 23 och 17 fordra båda platsen a.
6) Två tal 17 kunna ej placeras.
7) Två tal 23 kunna ej placeras.

Det finnes således inalles två serier divisorer med 32 termer och en serie med 31 termer. Med användning av dessa beräknas sedan talserierna ur ekvationssystem, analoga med (6) hos Blix. Ekvationerna kunna även skrivas i form av kongruenser. Om för t. ex. (A) det första udda talet i serien betecknas med N, kan man, med hänsyn till att detta tal även skall ha divisorerna 5 och 13, skriva:

$N \equiv 0 \pmod{195}$, $N + 2 \equiv 0 \pmod 7$, $N + 12 \equiv 0 \pmod{11}$ osv.

Mot varje serie divisorer svarar en hel grupp talserier. I fråga härom hänvisas till Blix' uppsats.

c) $p_n = 41$.

I fråga om placeringen av 5 och 7 måste här 18 fall behandlas, fyra svarande mot den symmetriska placeringen av femmorna och sju mot vardera av de båda andra. Antalet från 3 fria femmor och sjuor varierar mellan 9 och 6. Alla fallen visa sig omöjliga.

d) $p_n = 43$.

Två serier divisorer finnas:

$$3\ 7\ 13\ 3\ 11\ 5\ 3\ 31\ 7\ 3\ 5\ 23\ 3\ 19\ 17\ 3\ m\ n\ 3\ r\ 5\ 3\ 7\ s\ 3\ 5$$
$$11\ 3\ 13\ 7\ 3\ 17\ 19\ 3\ 23\ 5\ 3\ 11\ 31\ 3\ 5\ 13\ 3\ 7 \qquad (2)$$

$$3\ 7\ 29\ 3\ 13\ 5\ 3\ 31\ 7\ 3\ 5\ 17\ 3\ 19\ 23\ 3\ m\ 13\ 3\ n\ 5\ 3\ 7\ 11$$
$$3\ 5\ r\ 3\ 17\ 7\ 3\ 29\ 19\ 3\ 11\ 5\ 3\ 23\ 31\ 3\ 5 \qquad (3)$$

Bokstäverna utbytas mot godtyckliga permutationer av 29, 37, 41, 43 resp. 37, 41, 43. Den förra serien innehåller 44 termer och blir således en lösning även för $p_n = 47$. Den andra serien innehåller 41 termer.

e) $p_n = 47$.

Här erhålles ett trettiotal olika grupper av serier med minst 43 termer. Jag skall endast anföra en lösning, som ger upphov till

en mängd olika grupper. I serien (2) finnas 4 lediga platser; men nu stå fem tal

$$29,\ 37,\ 41,\ 43,\ 47 \tag{4}$$

till förfogande. Man kan då utbyta de båda talen 17 mot t och u och sedan ersätta m, n, r, s, t, u med en godtycklig permutation av 17, 29, 37, 41, 43, 47, vilket ger 720 olika serier. På samma sätt kan man i stället för 17 utbyta 19, 23 eller 31. Andra serier erhållas, om man fortsätter (2) med t, 3 och inför permutationer av (4). Väljes sedan $n = 29$, kan man tillfoga termen 29.

Om man, såsom nyss angavs, i (2) utbyter talen 31 mot t och u och sedan väljer $t = 37$, $m = 31$, $n = 29$, kan serien (2) fortsättas med 37, 3, 29, 31, 3 och får då 49 termer, varefter r, s, u kan utbytas mot permutationer av 41, 43, 47. Med sina 49 termer utgör denna serie även en lösning för $p_n = 53$. Då kan tillfogas v, 5, 3, och man får en serie med 52 termer, där r, s, u, v skola utbytas mot permutationer av 41, 43, 47, 53. Tillfogas ytterligare w och utbytas r, s, u, v, w mot permutationer av 41, 43, 47, 53, 59, får man serier på 53 termer, hörande till $p_n = 59$.

En metod, som för primtalet p ger divisorsserier med i bästa fall $(p-2)$ termer, är följande. I talserien $2, 3 \ldots (p-1)$ ersättas talen med sina minsta udda divisorer. Talen 2^r måste emellertid ersättas med andra divisorer. Härtill användas de ursprungliga primtalen i seriens senare hälft. De förekomma endast en gång och kunna därför flyttas. De strykas till en början jämte högsta förekommande dignitet av 2. Antalet lediga platser blir då lika med antalet disponibla primtal, när även p medtages. *Om* nu var och en av övriga digniteter kan skrivas

$$2^r = p_i - p_j, \tag{5}$$

där p_i och p_j höra till de strukna primtalen, dvs. äro $> \frac{p}{2}$, insättes p_j på platserna för 2^r och p_i. Sedan alla digniteter 2^r på detta sätt ersatts, placeras på återstående platser en godtycklig permutation av de återstående primtalen. Vid bildandet av likheterna (5) måste tydligen alla p_i vara olika, liksom alla p_j; däremot får varje primtal förekomma en gång som p_i och en gång som p_j. Skulle primtalen ej räcka till likheten $2 = p_i - p_j$ (ev. även $4 = p_i - p_j$), sedan likheterna för övriga 2^r erhållits, låter man serien börja med 3 (ev. 5). Likaså kan man stundom, om ett primtal $p_j = \frac{1}{2}(p-1)$ [eller någon enhet mindre] erfordras för

någon av likheterna (5), utelämna sista termen $(p-1)$ [resp. de sista termerna fr. o. m. $2p_j$].

Metoden framgår bäst av ett exempel. För $p = 53$ äro de disponibla primtalen 29, 31, 37, 41, 43, 47. Man har

$$16 = 47 - 31, \quad 8 = 37 - 29, \quad 4 = 41 - 37, \quad 2 = 43 - 41.$$

Serien blir

41 3 37 5 3 7 29 3 5 11 3 13 7 3 31 17 3 19 5 3 11 23 3 5 13 3 7 *m* 3 *n r*
3 17 5 3 29 19 3 5 37 3 41 11 3 23 31 3 7 5 3 13,

där *m*, *n*, *r* utbytas mot permutationer av 43, 47, 53.

För $p = 59$ ge talen 2....57 en serie med 56 termer. Talet 58 måste nämligen utelämnas, emedan 29 behövs för likheten $8 = 37 - 29$. För $p = 79$ ge talen 3....78 en serie med 76 termer. För $p = 83$ kunna likheterna (5) bildas på fem olika sätt, varför man får fem olika serier, två med 81 och tre med 80 termer. För många primtal visar det sig emellertid omöjligt att erhålla likheterna (5).

Ännu något om konsekutiva sammansatta udda tal.

Av **JOHAN STARK.**

Åren 1932 och 1933, då jag sysslade med min licentiatavhandling, sökte jag åtskilligt efter ett maximivärde på antalet konsekutiva tal, som alla äro delbara med något av de n första primtalen, $p_1, p_2, \ldots p_n$, ty om jag funnit ett enkelt uttryck på detta maximum, skulle jag med hjälp därav bevisat några satser om primtalens fördelning. Nu har saken förts på tal genom en artikel av Karl Blix i decembernumret av Elementa 1945, och därför har jag bearbetat mina gamla anteckningar för publicering.

Sedan jag i korrektur fått läsa en för Elementa avsedd uppsats av lektor Agne Wahlgren om konsekutiva sammansatta udda tal (se föreg. uppsats), har jag omarbetat min egen uppsats, så att samma terminologi skulle komma till användning i bägge artiklarna. Vidare har jag fått taga del av några uträkningar, som lektor W. gjort, och längre ned kommer jag att åberopa dem.

1. Blix' divisorsserier erhållas genom att de *udda* talen mellan $-p_{n-1}$ och p_{n-1} ersättas med sina minsta positiva divisorer. Jag vill i stället beteckna gränsen med p_{m+1} och utgår från *samtliga*

hela tal mellan $-p_{m+1}$ och p_{m+1}, vilka ersättas med sina minsta udda divisorer. Talen $\pm 2^r$ ($r = 0, 1, 2 \ldots$) ha inga udda divisorer, men de kunna ersättas med de $2k$ primtalen $p_{m+1} \cdots p_{m+2k}$, och man erhåller följande

Sats: Det finnes alltid $2p_{m+1} - 1$ konsekutiva udda tal så beskaffade, att vart och ett av dem är delbart med något av de $n - 1$ första udda primtalen 3, 5, 7, ... p_n. Därvid är $n = m + 2k$, och k bestämmes genom olikheterna $2^{k-1} < p_{m+1} < 2^k$.

Om det mellersta talet i talföljden (det som svarar mot 0) betecknas med x, kan det bestämmas genom kongruenserna

$$\begin{cases} x \equiv 1 & (\text{mod } 2) \\ x \equiv 0 & (\text{mod } p_i) \qquad i = 2, 3, \ldots. m \\ x \equiv 2^i & (\text{mod } p_{m+i}) \qquad i = 1, 2, \ldots. k \\ x \equiv -2^i & (\text{mod } p_{m+k+i}) \quad i = 1, 2, \ldots. k. \end{cases}$$

2. I den enligt det föregående bestämda divisorsserien förekomma de $2k$ primtalen $p_{m+1} \cdots p_n$ vardera blott en gång och kunna således permuteras hur som helst. Alla primtal p, som uppfylla villkoren $\frac{1}{2}p_{m+1} < p < p_{m+1}$, förekomma 2 gånger, nämligen som minsta delare till $\pm p$. Alla primtal, som äro mindre än $\frac{1}{2}p_{m+1}$, förekomma minst 4 gånger, nämligen som minsta udda delare till $\pm p$ och $\pm 2p$.

3. Utgår man från något värde på p_{m+1}, är det lätt att beräkna först k och sedan $p_n = p_{m+2k}$. Detta har jag gjort och infört värdena i en tabell. Andra kolumnen innehåller alla primtal från 23 till 113 samt dessutom de primtal, som ligga närmast under 1 000 och 10 000. I tredje kolumnen är antecknat det antal konsekutiva sammansatta udda tal, som erhålles enligt Ålanders sats. Detta antal är i tabellen betecknat med N_1, och således är

$$N_1 = p_{n-1} - 1.$$

I fjärde kolumnen är antecknat det antal N_2, som erhålles enligt den sats, som jag ovan angivit, och således är

$$N_2 = 2p_{m+1} - 1.$$

Varje gång k ökas med en enhet, ökas n med 3 enheter, och således blir där två primtal, som ej skulle komma med i serien av p_n, och i tabellen komma de därför ej att motsvaras av något primtal i första kolumnen. Om $p_m < 2^{k-1} < p_{m+1}$, kan man vid bildandet av divisorsserien för p_n ersätta -2^{k-1} och 2^{k-1} med p_n och p_{n-1}.

Om man sedan utesluter dessa eller en av dem men för övrigt bibehåller samma fördelning av divisorerna, så erhålles

$$N_2 = 2^k - 1 \text{ för } p_{n-2} \text{ och } N_2 = 2^{k-1} + p_{m+1} - 1 \text{ för } p_{n-1}.$$

p_{m+1}	p_n	N_1	N_2	N_3
7	23	18	13	19
(8)	29	22	15	—
—	31	28	18	—
11	37	30	21	32
13	41	36	25	—
(16)	43	40	31	44
—	47	42	32	47
17	53	46	33	52
19	59	52	37	56
23	61	58	45	60
29	67	60	57	75
31	71	66	61	83
(32)	73	70	63	88
—	79	72	68	91
37	83	78	73	100
41	89	82	81	106
43	97	88	85	110
47	101	96	93	119
53	103	100	105	125
59	107	102	117	135
61	109	106	121	141
(64)	113	108	127	159
859	997	990	1717	
9743	9973	9966	19485	

Av tabellen, vars fortsättning är lätt att beräkna för primtal större än 113, framgår att $N_2 > N_1$, om $p_n > 101$. Om p_n ökas obegränsat, blir limes för $\frac{N_2}{N_1} = 2$, om kvoten $\frac{p_m}{p_n}$ går mot värdet 1. (Jämför tabellens båda sista exempel.)

4. Sista kolumnen i tabellen har rubriken N_3, och däri är antecknat det större antal termer i en divisorsserie, som kan erhållas på annat sätt. Ålander och Blix ha givit var sitt exempel. Om $p_n = 23$ är $N_3 = 19$, och om $p_n = 37$ är $N_3 = 32$. Jag vill nu lämna ytterligare några exempel.

Exempel 1. Om $p_n = 43$, skola alla tal mellan -16 och 16 ersättas med sina minsta udda divisorer, och de 8 tomma platserna utfyllas med primtalen 17, 19, ... 43. Vid lämpliga permutationer av dessa 8 divisorer kan det emellertid inträffa, att serien förlänges i ena eller andra eller bägge riktningarna. Jag inskränker mig till att söka en förlängning åt det positiva hållet. Om talet -1 ersättes med divisorn 17, kommer även talet 16 att bli ersatt med samma divisor, ty $16 = 17 - 1$. Vidare är $17 = 19 - 2$, $19 = 23 - 4$, och $23 = 31 - 8$, dvs. talen 17 och -2 kunna ersättas med divisorn 19, 19 och -4 ersättas med 23 samt 23 och -8 med 31. Således kunna alla tal mellan -16 och 29 ersättas med udda divisorer $\leqq 43$, och man erhåller $N_3 = 44$.

Medtages även primtalet 47, kan man fortsätta serien, som svarar mot 43 och ersätta talet 29 med divisorn 47. Således kunna alla tal mellan -16 och 31 ersättas med udda divisorer $\leqq 47$, och man erhåller $N_3 = 46$.

Medtages även primtalet 53, kan man göra på samma sätt men ersätta 29 med divisorn 53 samt talen -16 och 31 med divisorn 47. Så erhålles en divisorsserie svarande mot talen mellan -17 och 32. Alltså $N_3 = 48$.

Exempel 2. Om $p_n = 59$, skola alla tal mellan -19 och 19 ersättas med sina minsta udda divisorer. På de 10 tomma platserna placeras primtalen 19, ... 59, och vid en lämplig permutation av dem blir serien förlängd, ty $19 = 23 - 4$, $23 = 19 + 4$, $29 = 37 - 8$, $31 = 29 + 2$, $32 = 31 + 1$ och $37 = 53 - 16$. Således kommer serien av divisorer att motsvara talen mellan -19 och 38. Alltså $N_3 = 56$.

För $p_n = 61$ och följande kan man försöka på något liknande sätt, eller också kan man utgå från den serie, som erhållits för 59, och fortsätta den genom att låta talen -19, -23, 38, 41 och 43 i ordning ersättas med divisorerna 61, 67, 71, 73 och 79. Då erhålles i dessa fall respektive $N_3 = 60$, 66, 69, 71 och 74.

Exempel 3. Om $p_n = 83$, ersättas talen mellan -37 och 37 med sina minsta udda divisorer. Vidare är $37 = 41 - 4$, $41 = 37 + 4$, $43 = 59 - 16$, $47 = 79 - 32$, $53 = 61 - 8$, $59 = 43 + 16$ och $61 = 53 + 8$. Således kan serien av divisorer förlängas till att motsvara alla tal mellan -37 och 64. Alltså $N_3 = 100$.

Om man sedan utgår från serien för $p_n = 83$ samt ersätter talen -37, -41 och -43 med divisorerna 89, 97 och 101, så erhålles $N_3 = 104$, 106 och 110.

De värden, som sålunda funnits för N_3, göra ingalunda anspråk på att alla vara maximivärden, utan tvärtom kan man i flera fall lätt finna ännu större antal. Men om N_1 och de nu funna värdena på N_3 jämföras, finner man, att det senare är störst, och därmed

är svaret givet på den fråga, som Blix framställer till sist i sin artikel, om de talföljder, som bestämmas med hjälp av Ålanders sats, äro maximala eller ej. Svaret blir nekande om $p_n \geqq 43$.

5. I slutet av sin uppsats har Wahlgren angivit en metod att finna divisorsserier svarande mot talen mellan 1 och p. Därvid söker han lösningar till ekvationen $2^r = p_i - p_j$, vilket är detsamma som att söka sådana permutationer, som jag behandlat här ovan. W. har även utvidgat sin metod och därvid utgått från alla tal t, för vilka $g < t < G$, och ersatt dem med sina minsta udda divisorer, såvida dessa äro $< \frac{1}{2} G$. Sedan utfyllas alla tomma platser med primtal p, för vilka $\frac{1}{2} G \leqq p \leqq p_n$, och det gäller därvid att med användning av ekvationerna för 2^r söka få så många p som möjligt till divisorer på två platser, så att p_n blir så litet som möjligt. Här är således termantalet givet, och p_n är den sökta storheten.

Såsom jag nämnde i inledningen, har jag fått taga del av några uträkningar av W., och däri har han på detta sätt undersökt termernas antal N och största primtalet p_n för alla aktuella värden på G från 29 till 103. För varje värde på G kan g ha något av värdena 1, -1, -2 o. s. v., men g förutsättes vara numeriskt mindre än G samt $g \leqq 1$. På detta sätt erhållas för varje p_n, om $43 \leqq p_n \leqq 113$, flera olika värden på N, och av dessa har jag infört det största i tabellen i kolumnen N_3.

Om man jämför min metod att finna N_3 med W:s metod, finner man, att för primtalen 43, 59 och 83, som jag närmare behandlat, erhålla vi samma värden på antalet termer, och serierna bli även desamma. För $p_n = 59$ har emellertid W. funnit två serier, den ena för $g = -19$, $G = 38$ (liksom jag) och den andra för $g = 1$, $G = 58$.

Wahlgrens metod, som ju innebär en grundligare utredning, leder emellertid i allmänhet till större värden på N_3. T. ex. om $p_n = 113$, skulle jag utgått från talen mellan -64 och 64, men enär $64 + 1$ ej är något primtal, är det omöjligt att genom permutationer av de $2k$ primtalen erhålla något $N_3 > N_2 = 127$. Däremot erhålles enligt W:s metod $N_3 = 159$, om $g = -59$ och $G = 101$.

De värden på N_3, som Åhlander och Blix lämnat, nämligen $p_n = 23$, $N_3 = 19$ och $p_n = 37$, $N_3 = 32$, erhållas både genom W:s metod och min metod. I förra fallet är $g = -7$ och $G = 13$, och man använder likheterna $7 = 11 - 4$, $8 = 7 + 1$, $11 = 13 - 2$. I senare fallet är $g = -11$ och $G = 22$ och man har

$$11 = 19 - 8,\ 13 = 11 + 2,\ 16 = 17 - 1,\ 17 = 13 + 4,\ 19 = 23 - 4.$$

Men därvid erhålles ej Blix' serie utan i stället den serie (B), som Wahlgren angivit på sidan 3 i sin uppsats, och termerna erhållas i omvänd ordning. Blix' serie erhålles för $g = 4$, $G = 37$, om man använder likheterna

$$31 = 23 + 8,\ 29 = 13 + 16,\ 32 = 19 + 13,$$

och således flyttar även 13, fastän denna divisor är $< \frac{1}{2} G$. Wahlgrens serie (2) för $p = 43$ erhålles för $g = -16$, $G = 29$.

6. Om p_n är litet, kan N_3 bli avsevärt större än N_2, t. ex. om $p_n = 59$, utgör skillnaden mer än 50 % av N_2, men om p_n är stort, blir däremot den relativa skillnaden obetydlig.

Om talen mellan g och G, där $g < -1$ och $G = p_{n-1}$, ersättas med sina minsta udda divisorer, såvida dessa äro $< \frac{1}{2} G$, så kunna, såsom framgår av sista stycket i Wahlgrens uppsats, eventuellt alla tomrum mellan 1 och G ersättas med divisorer $\leqq p_{n-1}$. Om $2^k - 1$ eller $2^k + 1$ är ett primtal, då 2^k betecknar den dignitet av 2, som ligger närmast under G, kan även $+1$ eller -1 ersättas med en dylik divisor, men båda dessa platser kunna ej fyllas, utan därtill kräves ännu ett primtal p_n. Är G ej ett primtal fordras minst 2 primtal $> G$, för att man skall få en serie mellan g och G. Man erhåller således $N_3 < G - g < 2G \leqq 2p_{n-1}$, dvs.

$$N_3 < 2p_{n-1}.$$

Detta bevis gäller vare sig N_3 bestämmes enligt W:s eller enligt min metod. Om p_n ökas obegränsat, erhålles således i båda fallen gränsvärdet för $\frac{N_3}{N_2} = 1$.

7. För att bestämma en följd av konsekutiva sammansatta udda tal har jag således antagit, att något av dem (det som svarar mot 0) skall vara delbart med alla udda primtal $\leqq p_m$, och W. förutsätter, att det mot 0 svarande talet (som visserligen ej kommer med i serien, om $g = 1$) skall vara delbart med alla udda primtal $< \frac{1}{2} G$. Men en dylik specialisering är naturligtvis omotiverad, när det gäller att söka så lång serie av divisorer som möjligt.

För $p_n = 23$ eller 37 har jag ovan visat, att $N_{\max}$ erhålles med hjälp av våra metoder. Om $p_n < 23$, är $p_m = 3$, och således skulle enligt min metod blott förutsättas, att något tal är delbart med 3, vilket är självklart, så därom är ingenting att säga. Men för $p_n = 29$, 31 och 41 erhållas Blix' maximivärden för N varken enligt W:s eller enligt min metod.

För $p_n = 43$ har W. i sin uppsats visat, att $N_3 = 44$ är maximivärdet. Men redan för $p_n = 47$ anger han ett större värde $N_{max} = 49$ än det här funna värdet $N_3 = 47$. För $p_n = 53$ är antalet $N_3 = 52$ det maximala, enligt vad W. för mig uppgivit. Men för $p_n = 59$ har han funnit en divisorsserie, där antalet termer är 58 och således större än N_3-värdet 56. Det är därför sannolikt, att även flere av de följande N_3-värdena ej äro de maximala.

Meddelande från Föreningen för matematisk-naturvetenskaplig undervisning.

Årsmötet den 3—4 januari 1946.

Föreningens ordinarie årsmöte hölls i enlighet med stadgarnas bestämmelser i samband med det allmänna svenska läroverkslärarmötet den 2—5 januari å Medborgarhuset i Stockholm. Årsmötesförhandlingarna ägde rum torsdagen den 3 januari och tog sin början kl. 8.30 fm., då ordföranden, rektor T. Wetterblad hälsade de närvarande välkomna. Därefter upplästes protokollet från föregående årsmöte och styrelseberättelsen för år 1945. Båda godkändes. Revisionsberättelsen föredrogs, och föreningen biföll revisorernas förslag att bevilja styrelsen och skattmästaren full och tacksam ansvarsfrihet. Därefter ägde de stadgeenliga valen rum. Till ordförande omvaldes rektor Torsten Wetterblad. Mötet beslöt att styrelsen i övrigt skulle bestå av 20 medlemmar. De avgående styrelsemedlemmarna omvaldes utom lektor Eva Ramstedt och överdirektör Albert Björkeson, vilka undanbett sig återval. I deras ställe nyvaldes fil. mag. Ingrid Lindstedt, Stockholm, och adjunkt Stig Comét, Stockholm. Till revisorer omvaldes rektor Martin Kolmodin och nyvaldes adjunkt Erik Jonsson, Stockholm. Till revisorssuppleanter valdes adjunkterna Nils Sjöberg och Einar Strand, Stockholm, båda nyvalda.

Efter årsmötesförhandlingarna konstituerade sig läroverkslärarmötets sektion för matematik, fysik och kemi, vars ordförande enligt mötets stadgar var ämneslärareföreningens ordförande, dvs. rektor Wetterblad. Till referenter vid sektionens förhandlingar utsågs lektor Bror Gustaver och adjunkt Göran Beskow.

Torsdagens sektionsförhandlingar omfattade redogörelser för skolutredningens förslag till kursplaner i matematik, fysik och kemi för realskolan samt diskussion. Rektor Kolmodin redogjorde för matematiken, adjunkt Ekman för kemien och rektor Wetterblad för fysiken. I övrigt hänvisas till mötesberättelsen för läroverkslärarmötet.

Sektionsförhandlingarna fortsatte fredagen den 4 januari kl. 9—12. Först redogjorde lektor Gösta Funke för den naturvetenskapliga forskningskommitténs betänkande, därefter höll professor Bertil Lindblad ett föredrag över »1945 års solförmörkelse» och till sist talade professor John Tandberg om »atomenergien». Samtliga föredrag äro refererade i läroverkslärarmötets berättelse.

Bror Gustaver.

Styrelseberättelse för år 1945.

Styrelsen har under året bestått av 21 personer, varav följande 5 även tillhört arbetsutskottet: rektor T. Wetterblad, ordförande, lektor A. Uhler, v. ordförande, lektor B. Gustaver, sekreterare och skattmästare, lektor G. Funke och adjunkt G. Beskow. Övriga medlemmar i styrelsen ha varit: överdirektör A. Björkeson, Stockholm, fil. lic. I. Bolin, Stockholm, lektor A. Guntsch, Umeå, lektor E. Hjalmar, Stockholm, lektor F. Kiessling, Göteborg, lektor C. Lönnqvist, Södertälje, lektor E. Nordefeldt, Stockholm, rektor G. Mikaelsson, Stockholm, rektor A. Nordhult, Stockholm, rektor P. G. Persson, Malmö, lektor Eva Ramstedt, Stockholm, adjunkt E. Sandén, Stockholm, lektor B. Svensson, Jönköping, rektor M. Söderman, Luleå, rektor Lilly Tengnér, Stockholm, rektor S. Åstrand, Stockholm.

Föreningen har under året haft två sammanträden, det ordinarie årsmötet den 3—4 januari och vårmötet den 3 april (tillsammans med Biologilärarnas förening). Referat från mötena finnas införda i Elementa *28*: 1 sid. 39 och *28*: 2 sid. 101. Särtryck därav ha tillställts föreningens medlemmar.

Styrelsen har haft 4 och arbetsutskottet 3 sammanträden. Bland de ärenden som därvid behandlats må nämnas: utsändandet av ett PM angående rättningen av studentskrivningarna i matematik och fysik samt PM angående provräkningen i realexamen, skrivelse till Skolöverstyrelsen angående kompletteringskurserna i matematik vid folkskoleseminarierna, utsändandet av ett PM angående de skriftliga arbetena i matematik och fysik å gymnasiet, skrivelse till Skolöverstyrelsen angående kemien å latingymnasiet samt utgivandet av nya delar av föreningens pedagogiska skriftserie.

Medlemsantalet i föreningen var vid årsskiftet 615, och under år 1945 ha 26 nya medlemmar ingått i föreningen.

Stockholm den 31 december 1945.

Torsten Wetterblad — Ordförande

Bror Gustaver — Sekreterare

Bokanmälningar.

Hans Pettersson, *Från atomkärnans explosion till atombombens*, Albert Bonniers förlag, Stockholm 1945, 195 s., kr. 7: 50.

Chr. Möller och Ebbe Rasmussen, *Atomens sällsamma värld*, Svensk översättning av B. Lindvall, Natur och Kultur, Stockholm 1945, 196 s., kr. 8: 50, inb. kr. 11: 75.

De oanade perspektiv över möjligheten att frigöra atomernas inre energi, som den senare hälften av året 1945 ställt mänskligheten inför, ha givit anledning till utgivandet av nya kompletterade upplagor av två redan förut i Elementa recenserade böcker, Hans Pettersson, Från atomkärnans explosion till universums (årg. 25, s. 43) och Möller-Rasmussen, Atomer og andre smaating (årg. 22, s. 248).

I den senare skildras åskådligt och klart och i möjligast populära form det senaste halvseklets upptäckter inom atomfysikens område med en ganska utförlig behandling av Bohrs atomteori och kärnfysikens storartade landvinningar. Professor Petterssons fängslande bok går ut på att sätta de nyvunna rönen om kärnreaktioner i samband med jordens och världsalltets utveckling.

Det egentligen nya i de sista upplagorna är, utom den väl gjorda översättningen av det danska arbetet, tilläggskapitel om uranatomernas klyvning och möjligheten att använda klyvningsprocesserna till å ena sidan fullständig tillintetgörelse genom atombomben, å den andra frigörande av atomenergien till mänsklighetens nytta i förut oanade men reglerbara proportioner. Då sekretessens slöja ännu vilar över de flesta tekniska detaljer, är det delvis egna synpunkter prof. Pettersson framlägger för atommaskinens verkningssätt. Några porträtt och fotografier av en atombombfabrik och försökssprängningar i New Mexiko illustrera tillägget. En liten anmärkning må göras. Uttryckssättet på sidan 162 kan ge den uppfattningen, att de ursprungliga atomfragmenten vid urankärnans klyvning alltid tillhöra barium och krypton, då de i själva verket variera. — I M. & R:s bok har bildmaterialet, i sin helhet utmärkt reproducerat i den svenska upplagan, utökats med två instruktiva Wilsonfotografier av atomklyvningen.

Båda böckerna, som delvis komplettera varandra, äro utomordentligt värdefulla för den vetgirige både äldre och yngre läsaren och rekommenderas livligt.

Eva Ramstedt.

J. H. Reyner, *Cathode-Ray Oscillographs.* 2. ed. Isaac Pitman, Ltd, London 1943, Pp. 187.

Katodstråleoscillografen är ett elektriskt mät- och registreringsinstrument, som har ett mycket vidsträckt användningsområde vid upptagningen av såväl engångsförlopp som periodiska förlopp upp till de högsta frekvenser. Den användes sedan länge på laboratorier, verkstäder och sjukhus och har på sista tiden även kommit i bruk vid fysikundervisningen på gymnasiet.

Boken innehåller beskrivningar av olika typer av oscillografrör med tillhörande kopplingsschema för tillförsel av spänningar på de olika elektroderna i rören, anordningar för tidsaxel och synkronisering mellan kippsvängnings- och mätfrekvenserna. I ett särskilt kapitel behandlas förstärkaranordningar för den vertikala avböjningen av elektronstrålen. Olika slag av fel i de nu nämnda kopplingsdetaljerna, vilka ge upphov till förvrängning av oscillografbilderna, diskuteras ingående.

Bland de många användningarna av oscillografen, vilka äro av särskilt intresse för den elementära fysikundervisningen märkas upptagning av resonanskurvor, rörkarakteristikor, hysteresiskurvor, försök över fasförskjutningar och Lissajoufigurer och i samband därmed en beskrivning av en elektronkopplare, som möjliggör samtidig registrering av två förlopp. Dessutom finnas många exempel på mer avancerad teknisk användning av oscillografer, speciellt inom radiotekniken.

Många gymnasielärare hysa kanske den uppfattningen, att katodstråleoscillografen är ett alltför komplicerat instrument, en mystisk låda, som ger eleverna onödiga bekymmer. Det finns givetvis fog för en sådan uppfattning, och det vore olämpligt att inför klassen försöka redogöra för de tekniska konstruktionsdetaljerna hos oscillografen. Men detta är heller icke nödvändigt. Man kan genom ett par enkla demonstrationsförsök med katodstrålar och kippsvängningar lätt klargöra instrumentets principiella verkningssätt, och detta är i stort sett vad som behövs. Sedan har man en pålitlig och snabb hjälpreda vid undervisningen i vågrörelse- och växelströmslära samt radioteknik.

Birger Grundström.

S. Tolansky, *Introduction to Atomic Physics.* Longmans, Green and Co., London, New York, Toronto 1942, 343 s.

I ett förord av W. L. Bragg och i förf:s eget förord meddelas, att boken utgör en sammanfattning av föreläsningar i atomfysik för de studerande i »Second and Third Year Honours» vid universitetet i Manchester. Den är således i första hand en lärobok

för akademisk undervisning, vilket dock icke på något sätt minskar dess värde för alla andra, som ha intresse för ämnet.

Boken innehåller det mesta av det, som kan anses höra till en kurs i atomfysikens grunder. Den börjar med de klassiska undersökningarna över elektricitetstransport i vakuum och gaser och fortsätter därpå med elektronernas och atomkärnornas egenskaper, olika slag av jonisation, masspektroskopi, atomspektra, olika slag av elektromagnetisk strålning, kristallstruktur osv. Den senare hälften innehåller huvudsakligen radioaktivitet och modern kärnfysik.

Framställningen tar stor hänsyn till den experimentella utvecklingen av atomfysiken, och de matematiska hjälpmedlen omfatta endast grunderna av differential- och integralkalkylen. Vissa viktigare teoretiska satser, såsom t. ex. Plancks formel för den svarta strålningen har dock givits en utförligare behandling. Förutom kvantteori behandlas även de första grunderna av vågmekaniken och relativitetsteorien. Förf. är både fysiker och pedagog: han har en medryckande stil, kapitlen komma i följdriktig ordning och läsaren får god kontakt med den historiska utvecklingen. Tolanskys lärobok är således en utmärkt introduktion i atomfysik. Tyvärr avslutas den vid tidpunkten för det andra världskrigets början, och är därför icke den bok, som vi just nu gå och vänta på.

B. Grundström.

C. A. Coulson, *Waves.* A mathematical account of the common types of wave motion. Edinburgh och London 1944. 156 + XII s. Pris 5/—. (Ingår i serien University Mathematical Texts, utgivna av A. C. Aitken och D. E. Rutherford på förlaget Oliver and Boyd.)

Boken ger en översikt av teorien för vågrörelse och inledes med ett allmänt kapitel om vågekvationen och dess olika lösningstyper. I fortsättningen behandlas en rad tillämpningar: svängande strängar och membraner, longitudinella vågor i stänger och fjädrar, vågrörelser i vätskor, ljudvågor och elektromagnetiska vågor. Det sista kapitlet ger en kort redogörelse för några företeelser, som äro gemensamma för så gott som all vågrörelse: Doppler-effekten, Huygens' princip, svävningar, dispersion och diffraktion. Varje kapitel innehåller övningsex. (sammanlagt ett 80-tal) med »facit».

Coulsons arbete vänder sig i första hand till dem, som intressera sig för tillämpad matematik och teoretisk fysik, och synes vara utmärkt väl lämpat både som elementär lärobok och som inledning till studiet av mera utförliga verk över vågteori.

L. Hulthén.

Elis Strömgren og Bengt Strömgren, *Lærebog i Astronomi*, 2. Udgave, Gyldendal Norsk Forlag, Oslo 1945, 494 s., kr. 40:— häft.

Den lärobok i astronomi av professorerna Elis och Bengt Strömgren i Köpenhamn, vars 2:a upplaga nyligen utgivits, har länge använts som grundläggande lärobok för universitetsstudierna. Den omfattar sfärisk astronomi, de astronomiska instrumenten, celest mekanik (två- och trekropparsproblemen) samt stellarastronomi och astrofysik. Mot den 1931 utgivna 1:a upplagan kunde den anmärkningen riktas, att det sistnämnda kapitlet var alldeles för knapphändigt, så att boken måste kompletteras med en annan lärobok i detta ämne. I en 1935 utgiven tysk upplaga, Lehrbuch der Astronomie, var kapitlet Stellarastronomi och astrofysik mycket omfattande, men några kapitel voro kanske väl detaljerade för en elementär lärobok.

Det är en stor tillfredsställelse att konstatera, att nu föreliggande upplaga fyller alla anspråk på en allsidig och i det stora hela väl avvägd lärobok för begynnelsestudierna i astronomi. Kapitlet Stellarastronomi och astrofysik är fullständigt omarbetat och moderniserat och vittnar om författarens, Bengt Strömgrens, stora förmåga att klart framställa även invecklade problem. Här må sårskilt framhållas de välskrivna kapitlen om astrofysikaliska observationsmetoder och stjärnatmosfären samt den utmärkta översikten av vår nuvarande kunskap om vintergatsystemets byggnad och dynamik.

Den del av boken, som behandlar den sfäriska och teoretiska astronomien, är i huvudsak oförändrad från 1:a upplagan, ehuru några tillägg och förbättringar kunna noteras. Så t. ex. finner man här den sfäriska trigonometriens grundformler härledda samt en ändring i ordningsföljden av vissa kapitel, så att precession, nutation och aberration behandlas sist inom den sfäriska astronomien. Den teoretiska astronomien behandlas av E. Strömgren på ett synnerligen klart och överskådligt sätt.

I tillägget i slutet av boken förekommer i denna upplaga bl. a. en kort framställning av minsta kvadratmetoden samt liksom i föregående upplaga numeriska räkneexempel (såsom beräkning av höjd och azimut, upp- och nedgång, reduktion av kometobservationer, tillämpning av numerisk differentiation och integration m. m., samtliga exempel i detalj utförda) och tabeller.

Carl Schalén.

Sir James Jeans, *Fysik och filosofi*, Natur och Kultur, Stockholm 1945, 248 s., kr. 9:75.

Jag vet inte, om det är mindre vanligt nu än förr, att vi naturvetare på basis av våra studier vill komma fram till en totalbild av världen, till åtminstone en teoretisk världsåskådning.

Den som har sådana ambitioner har på senare tid haft en del arbeten till tjänst och ledning, bl. a. av Eddington och Jeans. Eddingtons »Den materiella världens väsende», hans enda till svenska översatta, är redan i vissa stycken föråldrad. Dessutom präglades nog Eddingtons tolkning av världsbilden av vissa älsklingsidéer, hur utomordentligt kvalificerad han än var för sin uppgift och hur välskrivna hans böcker än var. James Jeans har tidigare givit ut en hel rad böcker även på svenska, de flesta atsronomiska och mycket populärt lagda men också en mera fysisk och spekulativ: »Världsalltets mysterium». Mot hans astronomiska populariseringar kan man nog anmärka, att han väl mycket framhåller sina egna, ingalunda allmänt antagna teorier. Men när han diskuterar de stora grundfrågorna, den fysiska världsbildens struktur och väsen, synes han mig göra det på ett mycket objektivt sätt.

Enligt förordet till föreliggande bok skall den intresserade, som inte vill gå för djupt in på detaljerna, kunna nöja sig med de två första kapitlen jämte det sista. I de två första ger förf. en förträfflig översikt av filosofiens historia i vad den rör bokens ämne. I senare delen av andra kapitlet polemiserar han f. ö. en hel del mot Eddingtons ståndpunkt. Bokens slutkapitel ger naturligtvis en sammanfattning samt slutsatserna.

Mellankapitlen behandlar först en jämförelse mellan »Fysikens och filosofiens olika språk», därefter en översikt av såväl den klassiska fysiken som den nya. I ett kapitel »Sken och verklighet» går förf. så på djupet med en utredning av i vilken utsträckning de fysiska begreppen är något mer än hjälpbegrepp för formulering av vår kunskap, i vad mån skeendena är determinerade och vad den bekanta obestämdheten i det atomära skeendet innebär.

Åtskilligt av detta får man nog lov att läsa mer än en gång för att få full klarhet i fråga om Jeans' ställning till de svåra frågorna. Men man har det intrycket, att han behärskar problemkomplexet och att han inte säger mer än han kan stå för.

Ett citat som prov: »Energien kan överföras från en ort till en annan, men vågorna och de elektriska och magnetiska krafterna taga inte del i mekanismen vid denna transport, utan endast i våra försök att förstå mekanismen och göra den åskådlig för oss.»

Jeans' uttalande om determinismen och den fria viljans pro-

blem är det knappast möjligt att i korthet referera. Men hans sammanfattning är mycket försiktigt formulerad: »Vi kunna inte göra gällande, att den nya fysiken berättigar oss till några nya slutsatser rörande determinism, kausalitet eller fri vilja, men vi kunna säga, att argumentet för determinism i vissa hänseenden förefaller mindre tvingande än för femtio år sedan.»

Boken är utmärkt översatt av Ansgar Roth och rekommenderas varmt. Den kräver emellertid mogen eftertanke, varför den endast undantagsvis torde kunna sättas i händerna på unga läsare.

Conrad Lönnqvist.

Knut Lundmark, *Solförmörkelser förr och nu*, Lindblads förlag, Uppsala 1945, 159 s., kr. 5:50.

Solförmörkelseåret 1945 har Lindblads förlag inte låtit gå till ända utan att ge ut en bok om solförmörkelser. Författarnamnet Knut Lundmark garanterar en sakkunnig information och därtill en angenäm läsning med många historiska anknytningar och originella, ibland förbluffande synpunkter.

Man får i de första kapitlen en utförlig redogörelse för solförmörkelsernas uppkomst och periodicitet, därefter en diskussion av vissa märkliga förmörkelser i gången tid, allt ifrån den för de kinesiska hovastronomerna Hi och Ho så ödesdigra solförmörkelsen för 4000 år sedan och det i Odysséen förekommande dagmörkret till förmörkelsen efter slaget vid Stiklestad m. fl. Så kommer en redogörelse för solens fysik och för de problem som förmörkelseexpeditionerna har att inrikta sig på, liksom naturligtvis för de resultat som man hittills nått på grundval av observationer under den sammanlagda tid om knappt mer än en timme, som man under årens lopp har haft till sitt förfogande. Olika problem behandlas här, men författaren fäster sig mera vid koronaforskningen än vid den likaledes för atomfysiken viktiga utforskningen av kromosfären.

Förf. ger spännande skildringar av de förmörkelser som han själv varit med om, speciellt den sista sommarens, som han studerade från ett flygplan på 6.200 meters höjd. Till avslutning kommer ett kort kapitel om nästa totala solförmörkelse i Sverige sommaren 1954 samt ett om »solar och stjärnor».

Vad solens energihushållning beträffar, kommer förf. (sid. 78) med ett förvånande påstående. Visserligen framhålles, att atomprocesser här måste »spela en mycket viktig roll», men det tillägges, att »likaså sker helt säkert en betydande energitillförsel utifrån rymden genom meteornedslag». Om något är säkert, så är det väl,

att bidraget från meteorer endast ger en svindlande liten bråkdel av solens energislöseri. Vad man kan diskutera och har diskuterat, det är, huruvida inte meteorerna skulle kunna kompensera eller t. o. m. överkompensera den *massförlust* som utstrålningen av solenergi (W) måste innebära. Vad meteorerna skulle kunna täcka är m. a. o. endast $W:c^2$ och inte W själv.

Då förf. (sid. 57) påstår, att Kopernikus inte bröt med det ptolemeiska världssystemet, ville man skjuta in ett ord: att han inte *helt* bröt med detta system.

Med en viss förvåning läser man ett kapitel om »samband mellan solära och terrestra fenomen». Här behandlas — vid sidan av bokens egentliga ämne — solfläckarnas mer eller mindre fastställda inverkan på jordiska företeelser. Möjligen menar förf., att detta samband bör kunna ytterligare inför den allmänna opinionen motivera vetenskapsmännens dyrbara forskningar vid solförmörkelserna, fastän förmörkelseobservationerna väl knappast kan ge något bidrag i detta stycke. Solfläckarna har f. ö. enligt Hilding Köhler på sin höjd en svag periodisk inverkan på klimatet i den heta zonen, däremot inte i den tempererade. Vad förf. vidare här säger om solfläckar och krig får väl räknas till de bisarrerier som en ansedd författare någon gång kan ha rätt att tillåta sig.

Bokens framställning är i allmänhet fängslande, inte sällan humoristisk. Men man får ibland det intrycket, att det hela är för hastigt hopkommet. En hel del oklarheter måste man här och där sätta frågetecken för.

Om de s. k. kontakterna vid solförmörkelsen säger förf. (sid. 79), att de båda »kloten» då beröra varandra. De på sid. 84—85 omtalade »iakttagelserna» från förmörkelser, t. ex. att månen och koronan då tycks rotera, att månen vid den totala fasens början och slut »tycks ta ett språng» etc., kunde lika gärna ha uteslutits. Sådant är mera ägnat att förbrylla än att upplysa. — Uttrycket »ett diagram för lika stor polarisation kring solen» (sid. 117) är inte vidare klart. Det faktum att alla koronapartiklar tycks ha ungefär samma diameter uttrycks så, att »koronapartiklarna äga ungefär samma inbördes diameter» (sid. 118).

Formella anmärkningar som dessa sista är naturligtvis inte av någon större vikt. Men det hade varit roligt, om arbetets språkliga dräkt hade varit mera i nivå med det intressanta och fängslande innehållet.

Conrad Lönnqvist.

Paul Wetterfors, *Stjärnor*. Sveriges Scoutförbunds förlag, Stockholm 1945, 359 s., kr. 6: 50.

Författaren uttalar i förordet en förhoppning om att boken skall kunna finna läsare med helt olika förutsättningar och krav. Han vill därför inte nöja sig med att utan bevis framlägga fakta, även om en sådan kunskap kunde vara av värde i och för sig, utan han önskar också giva en antydan om de metoder, med vilkas hjälp astronomerna kommit fram till sina resultat. Denna plan har utformats på så sätt, att vissa stycken med något svårare innehåll tryckts med fin stil, men inte heller dessa partier torde ligga över en vaken realskolits fattningsförmåga.

Efter en välskriven exposé över den historiska utvecklingen allt ifrån stjärnkunskapens gryning fram till den astronomiska forskningens väldiga landvinningar i vår egen tid redogör författaren för hur himlakropparna skenbart och i verkligheten röra sig samt för de lagar, som reglera dessa rörelser. Ett följande kapitel om astronomiens användning i det praktiska livet behandlar almanackan och tidmätningen samt olika metoder för bestämning av väderstrecken och en orts geografiska läge. Under rubriken stjärnforskningens hjälpmedel redogöres först för olika typer av kikare och i anslutning härtill för den viktigaste instrumentella utrustningen vid ett par större moderna observatorier (Saltsjöbaden och Mt Wilson). Detta avsnitt innehåller vidare ett par kapitel om spektralanalysens tillämpning inom astronomien och om de därvid vunna resultatens tolkning med hjälp av den moderna atomfysiken. Här presenteras bl. a. så aktuella ting som Edléns undersökningar över vissa linjer i solkoronans spektrum och de slutsatser, som han på grundval av dem kommer till beträffande koronans fysikaliska tillstånd. Efter en redogörelse för metoderna att bestämma avstånden i världsrymden gör författaren i den återstående delen av boken himlakropparna och deras fysiska beskaffenhet till föremål för ett närmare studium. Det blir först en lektion i astronomisk »hembygdskunskap», ägnad åt vårt solsystems olika medlemmar, och inom dess ram får författaren tillfälle att taga upp flera intressanta problem till diskussion, såsom frågan om solenergiens ursprung, norrskenets gåta och det fascinerande spörsmålet om existensen av liv på andra planeter. Det följande och sista kapitlet, som behandlar fixstjärnor, stjärnhopar och nebulosor, avslutas med några sammanfattande betraktelser av kosmogonisk och filosofisk innebörd. Tyvärr har nog enligt anmälarens åsikt framställningen av stellarastronomien blivit väl knapphändig i jämförelse med andra områden, men det skulle föra för långt att här gå in på

enskildheter. Dessutom kan det ju råda delade meningar om vad som bör tagas med i en bok av detta slag.

Framställningen, som röjer den erfarne pedagogen, åtföljes av ett stort antal instruktiva bilder, delvis nytecknade av konstnären Joe Lundqvist. Med nöje finner man bland illustrationerna några reproduktioner av fotografier tagna av den kände privatastronomen dr Nils Tamm på Kvistbergs observatorium. Månända märker man på sina ställen, att det inte är en astronom av facket som fört pennan, men i gengäld har författaren en mer än vanlig förmåga att göra ett ofta svårtillgängligt innehåll njutbart och fängslande för en vidare krets. I detta sammanhang må framhållas de talrika historiska glimtar, som belysa framställningen, någon gång i anekdotens eller skämtbildens form. Som helhet utgör boken ett synnerligen värdefullt tillskott till vår populärvetenskapliga litteratur och kan livligt rekommenderas till studium. Framför allt är det en förträfflig bok att sätta i händerna på vetgiriga lärjungar, som önska inhämta något mera om de celesta fenomenen än vad undervisningen i skolan kan bjuda dem.

Helge Nordström.

G. Fowles, *Lecture Experiments in Chemistry.* 2:a uppl., G. Bell & Sons Ltd, London 1939. 564 sid., pris inb. kr. 20: 30.

Innehållet är uppdelat på följande kapitel: Inledning, I Studium av vatten och luft, II Syror, baser, salter, III Svavel och dess föreningar, IV Halogenerna, fosfor och kisel, V Kvantitativa försök, VI Fysikaliska principer och vanliga fenomen. Dessutom tre tilläggskapitel: I Undervisningens mål och metoder, II Mekaniska hjälpmedel, III Reagens, recept, tabeller.

Sammanlagt 546 numrerade experiment beskrivas, alla enligt samma förträffliga schablon, nämligen så, att omedelbart efter försökets titel kommer en till 3—4 rader sammanträngd, allmänt hållen résumé av försökets syffe och resultat, och därefter en detaljerad, noggrann redogörelse för experimentets utförande. Där en källa kunnat påvisas, åtföljes titeln av författarens eller upphovsmannens namn och årtal, t. ex. »Expt. 540. Luminosity caused by Pre-heating. K. Heumann 1876.»

Det är ingen överdrift att säga, att detta är en av de mest stimulerande handledningar i konsten att göra lektionsförsök, som någonsin åstadkommits, om ej rent av den allra mest tjusande. Varje vän av det i undervisningssyfte i lärosalen utförda experimentet måste i författaren hälsa en man efter sitt sinne, en medlem av brödraskapet och en av dess mästare. Entusiasm, originalitet, friskhet och noggrannhet prägla varje sida av detta för-

träffliga arbete, rikt inte bara på försök, utan också på synpunkter, slående reflexioner, kunnande och kunskaper.

Innehållet visar, att arbetet till uppställning och omfattning helt och hållet avviker från de traditionella, nu 30-åriga handledningarna av Heumann, Benedict och Newth. Fowles eftersträvar inte den fullständighet, som består däri, att man beskriver försök till varje grundämne i tur och ordning; hans mål är experimentet som medel för undervisning. Han fäster själv uppmärksamheten vid följande drag hos sin framställning, som han anser karakteristiska: a) Demonstrationen i början av kapitel I av den ständigt försiggående rörelsen, av molekylarrörelsen, den dynamiska jämvikten, reaktioners omvändbarhet, b) Det medvetna försöket i kapitel III att införa eleverna i den vetenskapliga metoden genom att gemensamt med dem utföra en experimentell, strängt kritisk undersökning, c) Halogenerna och deras salter införas genom metoden att indunsta havsvatten och utföra en fraktionerad kristallisation av dess viktigaste beståndsdelar, d) Slutligen framhålles, att den använda apparaturen i många eller kanske flertalet fall är mycket enkel, lätt att sammanställa och att överblicka.

Författaren har en egen indelning av de kemiska lektionsförsöken, nämligen i följande fyra klasser:

1. Tillfälliga, små försök. Ofta oförberedda försök, utförda på grund av ögonblickets ingivelse för att avgöra en diskussionsvis framkastad fråga eller ett inlägg av lärjungarna. Men även sådana försök måste göras så att de bliva fullt synliga.

2. Maratonförsök kallar Fowles försök, som kräva flera dagar eller t. o. m. veckor för att bli färdiga. Diffusion, dialys, jäsning, esterbildning äro exempel på maratonförsök.

3. Stora, komplicerade försök kräva i allmänhet en sammansatt apparatur och kunna i regeln inte utföras av lärjungarna.

4. Serieförsök slutligen äro en följd av små försök, som stegvis leda fram till ett visst mål. Som exempel kan här anföras blykammarprocessen, som kan demonstreras i ett enda försök, utfört i den bekanta kolven med 5 rör, men avgjort bättre genom en serie delreaktioner.

Ehuru Fowles arbete är förträffligt som helhet, behöver man ju inte hålla med författaren på alla punkter. För en del försök har man rätt att sätta ett frågetecken, som gäller utförandets enkelhet eller resultatet, andra försök kunna måhända utföras lämpligare på annat sätt. Diskutabelt fast intressant är onekligen en del av kap. III: »Sulphur and Its Compounds (A Scientific Investigation)». Som inledning till den del av detta kapitel, som behandlar svavelsyrans konstitution, säger författaren till sina

elever, att föremålet för de närmaste veckornas studium (»the next few weeks»!) är det välbekanta reagenset svavelsyra. Man frågar sig, vad förf. undervisar i för en benådad skola, där man kan ägna några veckors studium åt bevisen för svavelsyrans konstitution. Men kapitlet är av stort intresse, emedan uppgiftens behandling vittnar om en konsekvent genomförd, starkt kritisk inställning till tokningen av varje försök och till den på dem byggda deduktionen. Allt givetvis i syfte att införa eleverna i vetenskapligt tänkande. Som exempel må anföras, att den gas, som utvecklas av koppar och svavelsyra, och som vanligen okritiskt identifieras med SO_2 på grund av sin lukt, i verkligheten luktar förvillande likt myrsyra, varför ett annat bevis måste sökas. Först en reduktion av gasen med vätgas, varvid svavel bildas, utgör ett godtagbart bevis för dess sammansättning. Ej heller det gängse beviset för svavelsyrans vätehalt, nämligen vätgasutvecklingen då zink påverkar utspädd syra, kan godtagas. Ty visserligen ger inte zink vätgas med vatten utan först efter tillsats av litet konc. syra, men å andra sidan ger inte heller konc. svavelsyra vätgas med zink, utan först efter tillsats av vatten. Det är således ovisst varifrån vätet kommer. Förf:s bevis för svavelsyrans vätehalt ser ut så här: konc. svavelsyra + koksalt (vars sammansättning är säkert känd) ger en gas, som då den ledes över metalliskt natrium ger vätgas. Även om denna lärogång av tidsbrist inte kan genomföras i svenska läroverk, är den en nyttig tankeställare — alltför ofta göras förhastade tolkningar och dragas oberättigade slutsatser i den elementära kemiundervisningen.

I tillägget I: »Aims and Methods of Teaching Chemistry» diskuterar förf. utförligt de olika undervisningsmetoderna, som han indelar i fem klasser, nämligen den enbart meddelade metoden, den heuristiska, den normala, experimentella, den historiska och den moderna metoden. Alla dessa metoder ha sina fördelar och sina brister, som förf. opartiskt framhåller och väger mot varandra, om ock den moderna metoden ligger honom mest om hjärtat, d. v. s. den metod, som vill behandla kemien från fysikalisk ståndpunkt och söker sammanfatta de kemiska fenomenen under teoretiska synpunkter.

I detta sammanhang anföras några mycket intressanta uttalanden om äldre berömda föreläsare och lärare, gjorda av deras lärjungar. Man får personligt färgade karakteristiker av Davy, Huxley, Dewar, Ramsay o. a. samt av Joseph Black, den med rätta så berömde 1700-talskemisten, som synes ha varit en enastående god föreläsare.

Allt som allt är detta arbete av Fowles en guldgruva för varje

kemilärare; det kan inte nog varmt rekommenderas. Om dess uppskattning i den engelsktalande världen vittnar det förhållandet, att den 2:a upplagan utgivits redan två år efter den 1:a. Kanske ha ännu senare upplagor utgivits, men inte än kunnat komma till utlandet.

G. Starck.

V. E. Yarsley and E. G. Couzens, *Plastics.* England 1942, 159 sid. med 8 fig. och 24 fotografier. Pris hft. 9 pence.

W. R. Jones, *Minerals in Industry.* England 1945, 146 sid. med 26 grafiska fig. och 5 kartor. Pris hft. 9 pence.

Båda dessa böcker tillhöra de s. k. »Pelican Books», som utges av förlaget »Penguin Books», Harmondsworth, Middlesex, England. Det är litet överraskande att bland alla »deckare» med samma utseende träffa böcker med vetenskapligt och tekniskt innehåll. Den första av dem behandlar de ämnen om vars rätta benämning det just nu diskuteras, och som anmälaren tillåtit sig att kalla »organoplaster», d. v. s. organiska ämnen med plastiska egenskaper. Innehållsförteckningen har följande utseende: I Vad äro Plastics? II Vad gör Plastics plastiska? III Råmaterial, IV Tillverkning av Plastics, V Mekaniska processer vid formningen av Plastic-artiklar, VI Tunna Plastics, VII Tillverkning av film och folier, VIII Betydelsen av Plastics, IX Plastics i framtiden, till sist Lista över handelstermer och register.

Så vitt anmälaren kan bedöma en förträfflig liten bok, kanske inte up to date, så fort som utvecklingen går fram på detta område, men därom kan jag inte fälla något omdöme. Det bör kanske tilläggas, att den inte är populärvetenskaplig utan skriven för kemister.

Jones arbete visar sig vara en alldeles utmärkt liten handledning, en sådan om vilken man vill säga: just vad jag behövde. Det upptar 55 grundämnen och mineral, ordnade i bokstavsordning — ett annat förträffligt drag. Under varje grundämne står först en kort karakteristik därav och en redogörelse för dess användning som fritt och förenat, därefter under »Occurrence and Production» dess förekomst med produktionssiffror, i regeln för 1937, som anges vara det sista år, för vilket säkra värden föreligga. Produktionen är också grafiskt återgiven. De ämnen, som upptas under andra rubriker än som grundämnen, t. ex. fältspat, talk o. a. behandlas på samma sätt.

Ett inte så litet antal uppgifter, som återfinnas i både mindre och större arbeten, få här en korrektion. Men framför allt är det värdefullt att få dessa kemiskt, tekniskt och ekonomiskt viktiga

uppgifter samlade i ett arbete. Slutligen är boken ingalunda någon torr statistik, tvärtom en högst njutbar för att inte säga fängslande läsning. *G. Starck.*

Kosmos, Fysiska uppsatser, utgivna av Svenska Fysikersamfundet, bd 23, 1945, 164 s. I bokhandeln häft. kr. 10. Medlemskap, årsavg. kr. 10, medför rätt till bundet ex. Anmälan till fil. dr. Anna Beckman, Lilljeborgsv. 3, Uppsala.

Det 23:dje bandet av Kosmos, som utkom till Svenska Fysikersamfundets 25 årsjubileum, inleddes i anledning av detta med en skildring av samfundets tillkomst och utveckling. Minnet av den i fjol bortgångne fysikern prof. Erik Holm, en av dessa i vår tid alltmera sällsynta forskargestalter, som ägnar sitt liv helt åt den vetenskapliga forskningen, tecknas med sympati och värme av fil. lic. Ernst Fredlund, själv en av de vetenskapsmän, som stod den avlidne närmast. I en dödsruna över den engelske fysikern Barkla skildrar prof. Lise Meitner dennes grundläggande insatser inom modern atomfysik, enkannerligen röntgenstrålarnas fysik.

Bandet innehåller 6 vetenskapliga specialuppsatser, alla välskrivna och behandlande intressanta problem. Sedan en del år tillbaka har man i Kosmos kunnat spåra en tendens att i växande omfattning bereda utrymme åt problem ur fysiken mer eller mindre närstående discipliner. Denna tendens är i det föreliggande bandet särskilt markant, — ingen av uppsatserna behandlar något rent fysikaliskt problem. Säkerligen kan ej den nitiske redaktören lastas för denna utveckling, utan fysikerna själva få nog ta på sig skulden. Såsom gammal fysiker får rescensenten kanske här framhålla som sin mening, att den i och för sig vällovliga tendensen i fortsättningen med fördel bör stävjas något. Mest fysikaliskt betonat är väl det fascinerande problemet om materiens tillblivelse, som upptagits till behandling av fil. mag. C. Reuterswärd. Häri skildras särskilt Bethes arbeten och problemets nuvarande ståndpunkt. Ehuru ett betydande arbete på dessa frågor redan nedlagts, få vi nog anse, att vi endast befinner oss i första början av förståelsen av dessa problem. Färgseendets grundproblem äro föremål för en uppsats av prof. Granit, vari denne skildrar de av honom utvecklade metoderna att experimentellt lösa färgseendets gåtor. Ett mekaniskt problem av alltmera växande akutalitet, teorien för raketen, behandlas ingående av fil. mag. H. Rådström. Prof. Ising upptar till behandling det inom ornitologien viktiga problemet om fåglarnas orienteringssinne och utvecklar den av honom uppställda hypotesen om jordrotationen såsom grundvalen för detta

sinne. Han visar, hur det genom sinnrika experiment är möjligt att påvisa hydrauliska effekter analoga med välkända elektromagnetiska fenomen, vilka kunna tänkas utgöra grundprincipen för den kompass, som leder fåglarna vid deras flykt. De isostatiska jämviktsförhållandena i jordskorpan, som redan i bd 18 behandlades av experten på dessa frågor prof. Heiskanen, äro i det föreliggande bandet föremål för en ny uppsats av samma forskare, vari i synnerhet förhållandena inom Stilla havsområdet granskas. Av de kända tyngdkraftsmätningarna förmår Heiskanen skissera upp jordskorpans struktur inom detta område. I den avslutande uppsatsen ger bergsingenjör H. Hedström en intressant skildring av de geofysiska metoder för prospektering av malmer, olja, salt, o. s. v., som vuxit fram i synnerhet under de senaste årtiondena. Här skildras de magnetiska och elektriska såväl som de gravimetriska och seismiska metoder, vid vilkas utveckling flera svenska forskare och teknici gått i spetsen.

Nils Ryde.

G. Büscher, *Elektroteknik i bilder.* Vad envar bör veta om den elektriska strömmen. Svensk bearbetning av fil. dr Ole Eklund. Hugo Gebers förlag, Stockholm 1945. 135 s., kr. 6:75.

Då man vid den elementära undervisningen i elektricitetslära vill klargöra de grundläggande begreppen ström, spänning osv. är man ibland nödsakad att anställa jämförelser med andra naturfenomen, vilka direkt kunna uppfattas av våra sinnen. Det är då bättre med några få, väl genomtänkta och verklighetsbetonade liknelser än många och delvis vilseledande. Tyvärr har förf. till denna bok icke visat prov på någon återhållsamhet i detta avseende, utan anställer jämförelser fullständigt hämningslöst. Begreppet spänning jämföres exempelvis med höjden av ett torn eller ett vattenfall, trycket i en vattenledning, smaken på en soppa eller trängseln i en möbeltransportvagn. En radiovågs modulering illustreras genom att man häller blå färg i en vattenledning, osv. Boken är full av sådana ovidkommande jämförelser. Alltför många av de i boken beskrivna experimenten äro dessutom outförbara tankeförsök. Illustrationerna äro delvis instruktiva, och skulle kunna göra nytta i en bättre framställning. Boken kan inte anses lämplig som vägledning i elektroteknikens grunder.

B. Grundström.

Gradualavhandlingar.[1]

Karl Gustav Malmfors, *Determination of Orbits in the Field of a Magnetic Dipole with Applications to the Theory of the Diurnal Variation of Cosmic Radiation.* Stockholm 1945, 64 sid. Disp. vid Stockholms Högskola den 23 maj 1945. Opponenter: professor H. Alfvén och Dr. Phil. S. Rozental.

Problemet om en laddad partikels rörelse i jordens magnetfält, d. v. s. i ett magnetiskt dipolfält, upptogs till behandling av Birkeland och Störmer omkring år 1900 i samband med norrskensforskning. Birkeland angrep problemet experimentellt medan Störmer drog upp riktlinjerna för den matematiska behandlingen av problemet. Den senare metoden leder till differentialekvationer, vilkas lösande i varje särskilt fall fordrar ett omfattande numeriskt integrationsarbete.

Vid undersökningar av den kosmiska strålningens dagliga variation observeras partiklar, som nå jordytan under en viss riktning vid en given magnetisk latitud. För att man ur dylika experiment skall kunna draga några slutsatser beträffande orsaken till variationen är det nödvändigt att känna partiklarnas ursprungliga riktning utanför jordens magnetfält.

Största delen av avhandlingen ägnas åt en metod att lösa detta problem experimentellt genom modellförsök. Jorden representeras av en stålkula (diam. 10 cm), som är så magnetiserad att dess magnetfält har samma form som jordens. Kulan är upphängd i en vacuumkammare, och från dess yta utsändes en elektronstråle med hjälp av en elektronkanon, som kan riktas åt olika håll och placeras vid olika magnetiska latituder. Elektroner, som på detta sätt utsändas från jordmodellens yta, beskriva samma bana som utifrån kommande positiva partiklar, och eftersom modellen ger en lineärt förminskad bild av förhållandena i verkligheten, erhålles lösningen till ovannämnda problem genom att bestämma elektronstrålens slutriktning på så stort avstånd från magneten att banan i det närmaste är rätlinjig. Riktningen är då bestämd genom kännedom om lägekoordinaterna för två punkter på banan. Den ena av dessa utgjordes av ett spetsigt hörn på en metallplatta, som infördes i strålens väg, den andra av motsvarande skuggbild på en fluorescensskärm. Mot de accelerationsspänningar, som användes i elektronkanonen (40—400 Volt), svarar den mjukaste delen av den kosmiska strålningens engerispektrum (10^9—10^{10} eV).

[1] När ej annorlunda anges, är referatet av vederbörande förf:s egen hand.

Resultaten ha angivits i form av diagram, vilka visa slutriktningen vid olika utgångsbetingelser och partikelenergier. Ett särskilt ingående studium har ägnats de partikelbanor, som utgå från Stockholms latitud. Denna undersökning visar, att slutriktningen i det närmaste är oberoende av utgångsriktningen vid jordytan.

I den senare delen av avhandlingen diskuteras olika hypoteser om orsaken till den kosmiska strålningens dagliga variation. Experimentella undersökningar, bl. a. i Stockholm, ha visat, att strålningen under dygnet varierar på olika sätt i olika riktningar. På grundval av ovan nämnda resultat kan det visas, att denna effekt icke kan härröra från partiklar med lägre energi än 10^{10} eV och att orsaken därför icke kan sökas i det inflytande solens magnetfält utövar på den mot jorden infallande strålningen.

Ingvar Jullander, *Studies on Nitrocellulose Including the Construction of an Osmotic Balance.* Uppsala 1945, 142 s. (Arkiv för Kemi, Mineralogi och Geologi, bd 21 A nr 8.) Disp. vid Uppsala Universitet den 6 okt. 1945. Opponenter: docent Olle Snellman och docent Nils Gralén.

Undersökningen har haft till syfte att dels med hjälp av moderna fysikalisk-kemiska metoder studera nitrocellulosor av olika typ och härkomst, dels samtidigt förbättra och förfina dessa metoder i teoretiskt och experimentellt hänseende. Avhandlingens innehåll sönderfaller naturligt i tre delar.

Den första delen behandlar teoretiska överläggningar rörande bestämning av molekylvikter och molekylviktsfördelningar hos högpolymera ämnen i allmänhet; slutsatserna gälla alltså inte endast nitrocellulosa. Det är huvudsakligen två problem, som därvid tagits upp.

Det första gäller frågan vad för slags medelmolekylvikt, som erhålles vid molekylviktsmätningar genom kombination av sedimentations- och diffusionsexperiment. Det är nämligen sedan mitten på 1930-talet känt, att olika metoder för molekylviktsbestämning ge olika definierade medelvärden: i praktiken kunna dessa värden uppvisa högst betydande differenser. Frågan, om hur det medelvärde är definierat, som erhålles ur sedimentation och diffusion, har dock tidigare ej upptagits till behandling. I avhandlingen visas nu, att problemets exakta lösning bl. a. fordrar kännedom om molekylvikternas frekvensfördelning. Genom numeriska beräkningar med olika modellfunktioner har det emellertid varit möjligt att visa, att oberoende av fördelningsfunktionen gäller inom vissa gränser ett relativt enkelt approximativt samband mellan medel-

värdet ur sedimentation + diffusion och medelvärdena ur dels osmotiska mätningar, dels bestämningar av sedimentationsjämvikt.

Den andra frågan är, hur man skall kunna bestämma molekylvikternas fördelningsfunktion ur sedimentationsmätningar, och två olika metoder härför anvisas. Bägge innebära ett fullföljande av tidigare publicerade uppslag.

Avhandlingens andra del behandlar experimentella mätningar av molekylkonstanter för ett antal olika nitrocellulosor, som dels erhållits från industrien, dels tillverkats i laboratoriet. Nitrocellulosorna äro av olika typ med avseende på kvävehalt, molekylvikt, utgångscellulosa och nitreringssätt. Särskild vikt har lagts vid mätningar av sedimentationshastighet och osmotiskt tryck. Ifråga om sedimentationen har sedimentationskonstantens variation med koncentrationen hos utspädda lösningar ägnats stor uppmärksamhet, då det är nödvändigt att vid molekylviktsmätningar extrapolera sedimentationskonstanten till koncentrationen noll. De i avhandlingens teoretiska del föreslagna metoderna att bestämma fördelningsfunktionen ur sedimentationsmätningar ha experimentellt prövats.

Mätningar av osmotiskt tryck ha utförts med en ny apparat, en s. k. osmotisk våg. Tidigare osmometrar ha alla i princip gått ut på att bestämma längden eller längdförändringen hos en vätskepelare i en kapillär. I avsikt att erhålla större mätnoggrannhet ha nu, på förslag av prof. Svedberg, försök gjorts att hänga upp den osmotiska cellen i en våg och på så sätt ersätta längdmätningen med en vägning. En förbättring av mätnoggrannheten på ca 10 ggr. gentemot tidigare apparater har på detta sätt erhållits. Apparatens konstruktion och teori beskrives, och felkällorna diskuteras.

Avslutningsvis jämföras de olika uppgifter rörande molekylvikter, molekyllängder och polymolekularitet, som erhållits med de olika experimentella metoderna.

Avhandlingens tredje del behandlar försök att genom huvudvalensbindningar mellan molekylkedjorna i en nitrocellulosalösning skapa tredimensionella jättemolekyler av i princip obegränsad utsträckning, således en parallell till kautschukens vulkanisering. Nitrocellulosalösningen övergår därvid till ett mer eller mindre fast gel. Som nätbildande medel ha framförallt oorganiska lätthydrolyserbara klorider med $SiCl_4$ som prototyp använts. Undersökningarna ha lagts extensivt och inriktats dels på att fastställa olika substansers reaktionsförmåga, dels på att finna lämpliga fysikalisk-kemiska metoder för att undersöka det bildade gelet. Det visade sig bl. a. att man med hastighetsultracentrifugen kunde

särskilja obundna nitrocellulosamolekyler från sådana, som bundits samman till smärre aggregat (dubbel-, trippelmolekyler etc.).

För studiet av gelernas rheologiska (flyt-)egenskaper har en särskild konsistometer använts, som medger bestämning av konsistenskurvor i absoluta koordinater. Apparaten bygger på samma princip, som ett ursprungligen av Schwedoff konstruerat instrument för mätning av elasticitetsmodul hos geler, men har här använts på ett annat sätt. Den kan, om man så vill, betecknas som en rotationsviskosimeter med kontinuerligt variabel rotationshastighet.

Föredrag under hösten 1945 inom svenska matematiska, fysiska och kemiska föreningar.

Lund:

Lunds Matematiska Sällskap, ordf. prof. M. Riesz, sekr. fil. lic. B. Holmberg.

Föredrag: docent O. Frostman, En sats ur skolgeometrien ($^{11}/_{10}$); docent Å. Pleijel, Ett problem ur teorien för kroppars attraktion ($^{16}/_{11}$); docent L. Gårding, Kägelsnitt inskrivna i en triangel, behandlade med komplexa tal ($^{6}/_{12}$).

Kemiska Föreningen, ordf. docent K. J. Karrman, sekr. fil. mag. Torsten Nilsson.

Föredrag: prof. H. v. Euler, Nukleinsyror, nukleoproteider och cellkärnor ($^{8}/_{10}$); Dr. Phil. K. A. Jensen, Dipolmaalinger paa heterocykliske Forbindelser ($^{26}/_{10}$); fil. dr B. Sjöberg, Om forskning och klorprodukter ($^{23}/_{11}$); prof. J. Tandberg, Tegnér och kemien ($^{15}/_{12}$).

Stockholm:

Matematiska Sällskapet, ordf. prof. F. Carlson, sekr. fil. lic. S. Hilding.

Föredrag: prof. Th. Skolem, Oslo, Teorien for såkaldte bikropper ($^{26}/_{11}$).

Svenska Fysikersamfundet, ordf. prof. A. E. Lindh, sekr. fil. dr fru Anna Beckman.

Sällskapet firade den 20 okt. 1945 minnet av sin 25-åriga tillvaro, varvid sekr. lämnade en översikt av sällskapets verksamhet och föredrag höllos av prof. G. Ising: Hydrauliska effekter av jordrotationen och en teori för fåglarnas orienteringssinne (Se Kosmos bd 23) och av lektor Eva Ramstedt: Atomfysikens utveckling under ett halvsekel.

Fysiska Sällskapet, ordf. prof. E. Hulthén, sekr. fil. lic. N. Svartholm.

Föredrag: docent K. G. Malmfors, Om den kosmiska strålningens dagliga variation ($^{1}/_{10}$); docent P. Ohlin, Undersökningar av det kontinuerliga röntgenspektrums kortvågsgräns ($^{19}/_{11}$); Dr. Phil. J. Koch, Om Massespektrografiske Forsøg til Adskillelse af Isotoper ($^{30}/_{11}$); prof. H. A. Kramers, Leiden, Om uppkomsten av interstellärt stoft ($^{21}/_{12}$).

Kemiska Sällskapet, ordf. prof. H. v. Euler, sekr. docent L.-G. Sillén.

Föredrag: prof. Odd Hassel, Oslo, Anskuelig kjemi ($^{30}/_{11}$).

Uppsala:

Matematiska Föreningen, ordf. doc. C.-G. Esseen, sekr. fil. lic. B. Kjellberg.

Föredrag: fil. mag. Kari Karhunen, Om stochastiska funktioner (13/11); docent C.-G. Esseen, Om reella rötter till vissa stochastiska ekvationer (12/12).

Fysiska Sällskapet, ordf. docent S. v. Friesen, v. ordf. docent P. Ohlin.

Föredrag: prof. Liese Meitner, Über einige Untersuchungen über Uranspaltung (24/10); Dr. J. Koch, Köpenhamn, Massespektrograf til Isotopseparation (4/12); prof. B. Edlén, Intryck från en resa till England, Frankrike, Belgien och Holland (6/12).

Kemiska Sällskapet, ordf. prof. A. Fredga, sekr. fil. kand. Per-Olof Kinell.

Föredrag: docent Kai Siegbahn, Undersökningar över aktiva isotoper (28/9); Dr. J. Burton Nichols, Wilmington, U. S. A., The Light Scattering Method for Molecular Weight Determination (2/11); prof. J. Tandberg, Atomenergiens frigörelse (16/11); docent O. Samuelsson, Om organiska jonbytare (4/12).

Tidskrifter.

Populär astronomisk tidskrift, 1945: 3—4.

Ur innehållet: Observationer av solförmörkelsen 9 juli 1945: B. Lindblad, Stockholms observatoriums expeditioner, K. G. Malmquist, Uppsala observatoriums expeditioner, I. Bonsdorff, Observationer i Finland, Y. Öhman, Undersökning av koronans och kromosfärens polarisation. — N. V. E. Nordenmark, Totala solförmörkelser i Sverige under 1800-talet; E. Aulin, Reflexförminskande skikt på glasytor; N. Tham, Om upptäckten av nova aquilæ.

Svensk kemisk tidskrift, 1945: 11—12, 1946: 1.

Ur innehållet: E. Larsson und H. Dahlström, Über 5-Methylthiophanon-(3); H. Willstaedt und M. Borggård, Studien zur Chemotherapie der Tuberculose III; B. Adell, Über den Einfluss von einiger starken Elektrolyten auf die Geschwindigkeit der Umwandlung von Nitrito- in Nitropentamminkobalt(III)-chlorid in wässrigen Lösungen; A. Billberg, Några säkerhetssynpunkter inom kemisk teknik; G. Philipsson, Materialval och materialproblem vid konstruktion av kemisk apparatur; L. Ehrenberg, I. Fischer and N. Löfgren, Experimental Studies in Specific Protein Reactions; E. Brunius, On the Determination of Vitamin A in Fish Liver Oils; K. H. Gustavson, Investigation of Complex Formation of Chromium Salts by the Organolite Method III; A. Hanson, Drugs of Addiction.

IVA, 1945: 4—6.

Ur innehållet: Om verksamheten under 1944–45 vid ångvärmeinstitutet och vid kolningslaboratoriet; Elektrolytisk vattenrening; Den tekniskt-vetenskapliga utvecklingen i Danmark, Finland och Norge; Radiotekniken under och efter kriget; Framsteg inom forskning och teknik; Forskningsresultat inom svensk industri; Undersökningar av överspänningar på några svenska högspänningsledningar.

Forts. s. 63.

Problemavdelning.[1]

Matematiska uppgifter.

1435) *I en triangel drages en höjd, varigenom två deltrianglar uppstå. Uttryck höjden som funktion av radierna i de cirklar, som äro inskrivna i den ursprungliga triangeln och i deltrianglarna.*
C. E. Fröberg.

1436) *I en aritmetisk serie är* $t_1 + t_2 + \ldots + t_n = A$, $t_1^2 + t_2^2 + \ldots + t_n^2 = B$, $t_1^3 + t_2^3 + \ldots + t_n^3 = C$. *Uttryck C i A, B och n utan hjälp av formler för A, B och C.* *X.*

1437) *Linjen L tangerar parabeln* $y^2 = 4ax$ *i P och en rörlig parabel i Q. Den senare parabeln har x-axeln till vertextangent, och dess styrlinje går genom skärningspunkten mellan den fasta linjen* $y = kx$ *och en linje genom P, parallell med y-axeln. Sök orten för Q.* *N. J.*

Enklare matematiska uppgifter.[2]

1438) Uppdela i faktorer $x^8 + x^7y + x^6y^2 + \ldots + xy^7 + y^8$.
Svar: $(x^2 + xy + y^2)(x^6 + x^3y^3 + y^6)$.

1439) Visa, att $\sqrt{10 + 2\sqrt{5}} - \sqrt{250 - 110\sqrt{5}} = \sqrt{200 - 88\sqrt{5}}$.

1440) Visa, att

$$\sin^2 x + \sin^2 2x + \sin^2 3x + \sin^2 4x = 2\,(1 - \cos x \cdot \cos 2x \cdot \cos 5x).$$

1441) Lös ekv. $\sin 3x + \cos 3x = 2 \cos 2x$.
Svar: $30° + n \cdot 360°$, $45° + n \cdot 180°$; $\pm 60° + n \cdot 360$; $150° + n \cdot 360°$.

1442) En parallellogram är omskriven kring en cirkel. De punkter i vilka parallellogrammens diagonaler skära cirkeln äro hörn i en fyrhörning. Visa, att dess yta aldrig kan bli större än parallellogrammens halva yta.

[1] Denna avdelning redigeras av adjunkt S. BÅGMAN, till vilken uppgifter och lösningar kunna insändas under adress: Högre allm. läroverket å Östermalm, Stockholm.

[2] Uppg. 1438—1439, 1447—1451 äro insända av *B. Svenonius;* 1440 av *T. Edqvist;* 1441 –1445 av *Per-Gunnar Ljungfors,* 1446 av *E. Snn.*

1443) Tyngdpunkten i en likbent triangel tages till centrum för en cirkel genom triangelns spets. Denna cirkel skär sidorna i fyra punkter, som utgöra hörn i en rektangel. Beräkna triangelns vinklar.

Svar: 30°, 30°, 120°.

1444) Man sammanbinder de punkter, i vilka de vidskrivna cirklarna tangera en likbent triangels sidor. Den så erhållna triangelns yta är 24 % av den ursprungligas. Bestäm dennas vinklar.

Svar: Toppvinkeln är 73,74° eller 47,16°.

1445) Tyngdpunkten i en likbent triangel tages till centrum för en cirkel genom toppen. Denna cirkel skär sidorna i fyra punkter som utgöra hörn i ett parallelltrapets. Beräkna — om höjden mot basen i triangeln är konstant — dennas toppvinkel, när trapetsets yta är så stor som möjligt.

Svar: 140°.

1446) Av två cirklar, som skära varandra i A och B, har den ena sin medelpunkt O på den andras periferi. Bestäm vinkeln AOB, om ytan av den mindre av de båda halvmånformiga figurer, som begränsas av två cirkelbågar, är kvadraten på den mindre cirkelns radie.

Svar: Ekv. $2v \cos v = \sin v - 1$ ger $v = 90°$.

1447) Ett plan parallellt med bottenytan i regelbunden tetraeder med kanten a, delar sidokanterna mitt itu. Sök radien i den sfär, som kan omskrivas kring den uppkomna stympade pyramiden.

Svar: $\frac{a\sqrt{22}}{8}$.

1448) Ett fartyg seglar längs storcirkeln mellan två på norra halvklotet belägna orter med latituden α och longitudskillnaden β. Visa, att den nordligaste latitud x, som vid seglatsen uppnås, bestämmes ur formeln $\operatorname{tg} x \cdot \cos\frac{\beta}{2} = \operatorname{tg} \alpha$. $(\beta < 180°)$.

1449) Bestäm den latitud α, för vilken differensen $x - \alpha$ mellan de i föregående problem nämnda latituderna får sitt största värde för en konstant longitudskillnad β.

Svar: α bestämmes ur ekv. $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{\cos\frac{\beta}{2}}$; $\frac{x+\alpha}{2} = \frac{\pi}{4}$.[1]

1450) En rätvinklig parallellepiped med kanterna $a, b, c\,(a < b < c)$ delas av ett plan parallellt med en sidoyta så, att de två delfigurerna äro likformiga men ej kongruenta. Visa, att detta är möjligt, om $a^3 + b^3 = abc$.

[1] Se uppg. 192, årg. *9*, s. 255.

1451) En rak kon är sådan, att en sfär med centrum i konens topp delar såväl mantelytan som volymen i förhållandet 1 : 3 från toppen räknat. Bestäm konens toppvinkel.

Svar: 103,66°.

Lösn. till uppg. 1405—1407.

1405) *Kurvan* $y = a_0x^4 + a_1x^3 + a_2x^2 + a_3x + a_4$ *förutsättes ha två reella inflexionspunkter. Då kan man på* ∞^1 *sätt utvälja tre punkter A, B, C på kurvan, i vilka tangenterna äro parallella. Visa, att triangeln ABC:s tyngdpunkt är fix. Bestäm maximivärdet av dess yta.* *X.*

Dubbeltangenten har två reella kontaktpunkter A_0 och B_0; dessutom finnes en punkt C_0 (kurvans »topp»), där tangenten är parallell med A_0B_0. Om punkterna A_0, B_0, C_0 genom parallellprojektion överföras i A_1 (— 1; 0), B_1 (1; 0), C_1 (0; 1) i ett rätvinkligt koordinatsystem, (vilket efter lämpligt val av längdenhet alltid är möjligt), övergår kurvans ekvation i $y = (x^2 - 1)^2$ (1). Abskissorna för de punkter A, B, C på (1), i vilka tangenterna ha vinkelkoefficienten k, äro rötter till ekv. $4x(x^2 - 1) = k$ eller $x^3 - x - \frac{k}{4} = 0$ (2). Till $x = x_i$ hör enl. (1) och (2) $y_i = \frac{k}{4}\left(x_i - \frac{1}{x_i}\right)$ (3). Då $\sum x_i = 0$ och $\sum \frac{1}{x_i} = -\frac{4}{k}$, följer att tyngdpunkten till ABC ligger fix i $\left(0; \frac{1}{3}\right)$, när k varierar. Ytan T av triangeln ABC erhålles enl. känd metod:

$$T = \pm\frac{k}{8}\begin{vmatrix} x_1 & x_1 - \frac{1}{x_1} \\ x_2 & x_2 - \frac{1}{x_2} \\ x_3 & x_3 - \frac{1}{x_3} \\ x_1 & x_1 - \frac{1}{x_1} \end{vmatrix} = \pm\frac{k}{8}\cdot\frac{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)(x_2 - x_3)}{x_1x_2x_3} =$$

$$= \pm\frac{1}{2}(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)(x_2 - x_3) = \frac{\sqrt{D}}{2},$$ där D är diskriminanten till (2), d. v. s. $4 - \frac{27k^2}{16}$. Det är alltså $A_1B_1C_1$ resp. $A_0B_0C_0$, som har maximiyta för $k = 0$. Ytan av $\triangle A_0B_0C_0$ är $\frac{1}{{a_0}^4}\cdot\left(\frac{3{a_1}^2 - 8a_0a_2}{16}\right)^{\frac{5}{2}}$. (Se uppg. 1103, årg. *23*, s. 253). *X.*

Även löst av *E. Smn, B. Svenonius, J. A. Sandelin, L. Sandgren.*

1406) *Visa, att* $2(x+y+z)^3 - 54xyz = \Sigma\,(x+y+az)\,(x-y)^2$ *för lämpligt siffervärde på a och cyklisk permutation av summans typterm.* *Gösta Danielsson.*

$\Sigma(x+y+az)\,(x-y)^2 = \Sigma 2x^3 + \Sigma(a-1)xy^2 - 6axyz = 2\Sigma x^3 + (a-1)\Sigma xy^2 + 6(9-a)xyz - 54xyz$, vilket uttryck för $a=7$ övergår till $2(x+y+z)^3 - 54xyz$. Ur satsen följer den kända olikheten $\left(\frac{x+y+z}{3}\right)^3 \geqq xyz$ för positiva x, y, z (likhet endast för $x=y=z$).

Löst av *E. Smn., B. Svenonius, J. A. Sandelin, L. Sandgren, X.*

1407) *Till parabeln* $y=x^2$ *ritas krökningscirkeln i punkten A. Denna cirkel skär parabeln på nytt i punkten B. Sök enveloppen för AB.* *C. E. Fröberg.*

Kombineras parabelns ekvation med en cirkels, erhålles en ekv. av fjärde graden som skall ha en trippelrot α. Då x^3-term saknas, är rötternas summa $=0$ och den återstående roten $=-3\alpha$. Vinkelkoefficienten för AB blir alltså $\frac{9\alpha^2-\alpha^2}{-3\alpha-\alpha} = -2\alpha$. Parabelns tangent i A och kordan AB bilda alltså lika vinklar åt motsatta håll med y-axeln. Till samma resultat kan man komma på denna väg: Om ingendera av andragradsfunktionerna $U_1(x, y)$ och $U_2(x, y)$ innehåller xy-term, (detta är ju fallet med parabel- och cirkelekvationen) gäller detsamma om $\lambda U_1 + \mu U_2$, d. v. s. alla kägelsnitt, som gå genom skärningspunkterna mellan $U_1=0$ och $U_2=0$ ha parallella axlar (F. Carlson, Geometri sid. 258). Speciellt går i vårt fall genom skärningspunkterna ett linjepar, som består av kordan AB och tangenten i A. (Linjeparets bissektriser äro att uppfatta som axlar).

Om tangenten och kordan träffa y-axeln i resp. M och N samt P är projektionen av A på y-axeln, så är $PM=PN=2OM$, där O är origo. Åro intercepten på axlarna a och b för tangenten i A, bli axelintercepten för kordan AB $3a$ och $-3b$. Kordan AB och tangenten i A_1 (spegelbilden av A i axeln) äro följaktligen likställda med avs. på origo i skalan $-3:1$, så att $x^2=-3y$ är ekv. för den sökta enveloppen. *X.*

Även löst av *E. Smn, B. Svenonius, L. Sandgren, N. Juringius, Johnny Rosén.*

Fyllnadsprövning efter studentexamen.

Januari 1946.

Matematiska uppgifter för latinlinjen.

1. I en geometrisk serie med rationella termer är summan av första och tredje termerna 5 och summan av första och femte termerna $4\frac{1}{4}$. Bestäm seriens första term och kvot.
2. Vinklarna i en triangel äro 20°, 40° och 120°. Sidornas mittpunktsnormaler skära varandra i en punkt P. Sök förhållandet mellan avstånden från P till de tre sidorna.
3. Finns det något värde på konstanten a i ekvationen
$$x^2 - (2a - 2)x + a^2 - 2a - 3 = 0,$$
för vilket ekvationen satisfieras av både $+2$ och -2? Vilket är i så fall detta a-värde?
4. På en sträcka AB avsättes $AD = 3$ cm. På mittpunktsnormalen till AD är en punkt C så belägen, att AC är 6 cm och vinklarna ACD och DCB äro lika stora. Beräkna vinklarna och de övriga sidorna i triangeln ABC.
5. I en triangel ABC är AB 0,48 m, BC 2 m och CA 2,32 m. I den kring triangeln omskrivna cirkeln är BD diameter. Beräkna vinklarna i triangeln ACD.
6. I rektangeln $ABCD$ är AB 6 cm och BC 4 cm. En rät linje från B genom mittpunkten på CD skär den kring rektangeln omskrivna cirkeln i E. Bestäm avstånden från E till rektangelns hörn.
7. I en triangel är en vinkel 60° och bissektrisen till denna vinkel 11 cm. Den i triangeln inskrivna cirkelns radie är 3 cm. Beräkna triangelns sidor.
8. Konstruera kurvan $y = 4 - x^2$. En rektangel har två närliggande hörn belägna på x-axeln och de två återstående hörnen på kurvan i första och andra kvadranterna. Bestäm medelst grafisk metod — i ett särskilt diagram — eller på annat sätt det största värdet på denna rektangels omkrets.

Resultat: **1.** Första term 4; kvot $\pm\frac{1}{2}$. **2.** $1 : 2\cos 20° : 2\cos 40° = 1 : 1{,}879 : 1{,}532$. **3.** $a = 1$. **4.** $A = 75{,}52°$, $B = 46{,}56°$, $C = 57{,}92°$; $AB = 7$ cm; $BC = 8$ cm. **5.** $A = 46{,}40°$, $C = 80{,}47°$, $D = 53{,}13°$. **6.** M är mittp. på CD, varav följer, att trianglarna CMB, EMD och ECA äro egyptiska. $AE = 1{,}6\sqrt{13} = 5{,}77$ cm; $BE = 6{,}8$ cm; $CE = 1{,}2\sqrt{13} = 4{,}33$ cm; $DE = 2{,}4$ cm. **7.** $18\sqrt{3} + 24 = 55{,}18$ cm; $18\sqrt{3} - 24 = 7{,}18$ cm; $30\sqrt{3} = 51{,}96$ cm. **8.** 10 enh.

Matematiska uppgifter för reallinjen.

Allmän kurs.

1. I en triangel är en sida lika stor som den kring triangeln omskrivna cirkelns radie, vilken är 324 cm. En annan sida är 486 cm. Beräkna triangelns yta och dess minsta vinkel.
2. En bank beräknar på sparkasseräkning ränta efter 2 %, och räntan lägges vid årets slut till kapitalet. På kapitalräkning beräknas likaså ränta efter 2 %, men räntan lägges vid varje halvårs slut till kapitalet. Under ett kalenderår insatte en person på sparkasseräkning i denna bank 100 kr vid varje månadsskifte, första gången den 31 januari och sista gången vid årets slut. Om samma insättningar i stället hade gjorts på kapitalräkning, hur mycket större skulle då behållningen ha blivit vid kalenderårets slut?
3. Bevisa, att lösningarna till ekvationen

$$\sqrt{3} \cdot \sin x + \cos x = 2$$

utgöras av de gemensamma lösningarna till ekvationerna

$$(\sqrt{3} \cdot \sin x + \cos x)^2 = 4$$

och

$$(\sqrt{3} \cdot \sin x)^2 = (2 - \cos x)^2.$$

4. En triangels ena sida ligger utefter linjen $3x - 4y + 3 = 0$ och medianen mot denna sida utefter linjen $2x - y + 2 = 0$. Den nämnda sidan är 10 längdenheter. Triangelns tyngdpunkt ligger på y-axeln. Angiv ekvationerna för triangelns övriga sidor.
5. Grafitkärnan i en spetsad blyertspenna hade formen av en rät cirkulär cylinder med en på denna ställd rät cirkulär kon med toppvinkeln 20°. Då pennan använts någon tid, återstod av den koniska delen av grafitkärnan endast en del, begränsad av en sfärisk kalott, som tangerade konens mantelyta utefter basytans omkrets. Hur många procent av grafitkärnans koniska del hade nötts bort?
6. I en triangel ABC är vinkeln A 45°. Sidan AB delas av punkten D, så att delarna AD och DB förhålla sig som 1 : 2. Drages linjen CD, komma vinklarna ACD och DCB likaså att förhålla sig som 1 : 2. Beräkna de övriga vinklarna i triangeln ABC.
7. Kurvorna $y = x^3 + ax$ och $y = x^4 + bx$, där a och b äro konstanter, ha minimum i samma punkt. Bestäm övriga gemensamma punkter och konstruera kurvorna.
8. Mantelytan i en rät cirkulär kon tangeras av en oändlig följd av varandra successivt tangerande sfärer med medelpunkterna

på konens höjd. Den första sfären tangerar även konens basyta. Visa, att förhållandet mellan summan av alla sfärernas volymer och konens volym alltid är mindre än $\frac{2}{3}$.

Resultat: **1.** Ytan är 771,6 dm² eller 251,0 dm² och minsta vinkeln 30° resp. 18,59°. **2.** Det sökta beloppet är andra halvårets ränta på den vid första halvårets slut upplupna räntan, dvs. 1 % av 2,5 kr = 2,5 öre. **3.** Samla termerna i ekv. (2) och (3) i vänstra ledet och uppdela i faktorer, så inses, att varje rot till (1) satisfierar både (2) och (3). Omvänt, om (2) och (3) »subtraheras» och uppdelas i faktorer, erhålles $(2\sqrt{3} \cdot \sin x + 2\cos x - 4)\cos x = 0$. Emedan $\cos x = 0$ ej ger rötter till (2) och (3), måste således de för (2) och (3) gemensamma rötterna satisfiera (1). **4.** $3x + y - 12 = 0$ och $9x - 7y + 24 = 0$. **5.** $\frac{100}{(1 + \sin 10°)^2} = \frac{25}{\cos^4 40°} = 72{,}6$ %. **6.** Vinklarna B och C äro resp. 36,45° och 98,55°. **7.** Man finner $a = -\frac{4}{3}$, $b = -\frac{32}{27}$; min.pkt är $\left(\frac{2}{3}; -\frac{16}{27}\right)$; övriga gemensamma punkter äro (0; 0) och $\left(-\frac{1}{3}; \frac{11}{27}\right)$. **8.** Läggas tangentplan i klotens kontaktpunkter, erhållas stympade koner i vilka kloten äro inskrivna. Om en rät stympad kon och en rät cylinder äro omskrivna kring samma klot och volymerna i ordning äro V_1, V_2, V_3, gäller $V_1 > V_2 = 1{,}5\, V_3$, som man finner även utan beräkning av den stympade konens volym (t. ex. enl. Guldins regel).

Matematiska uppgifter för reallinjen.

Specialkurs.

1. Bestäm koefficienterna a, b, c och d i funktionen

$$16y = x^4 + 4ax^3 + 6bx^2 + 4cx + d,$$

så att motsvarande kurva får inflexionspunkter i punkterna (0; 1) och (2; 0). Upprita därefter kurvan i dess huvuddrag.

2. Härled ur sambandet $y\sqrt{\sin 2x} = 1$ ett uttryck för $\frac{d^2y}{dx^2}$, som endast innehåller y. Visa, att samma uttryck för andra derivatan erhålles även ur sambandet $y\sqrt{\cos 2x} = 1$.

3. Tangenten i en punkt P på hyperbeln $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{c^2 - a^2} = -1$ skär x-axeln i punkten Q. Sök minimum av sträckan PQ.

4. Kordan AB i parabeln $y^2 = 4ax$ går genom parabelns brännpunkt. Sök och konstruera orten för skärningspunkten mellan

mittpunktsnormalen till AB och den med AB parallella parabeltangenten.

5. Undersök genom studium av kurvan $y = \frac{2x^3+27x}{x^2+1}$, hur antalet rötter till ekvationen $2x^3 + 27x = a(x^2 + 1)$ varierar, då konstanten a antar olika värden.
6. I en given cirkelkvadrant inskrives en ellips, så att den tangerar kvadrantens båge i dess mittpunkt och de båda radierna i punkter, som ligga lika långt från cirkelns medelpunkt. Vilket är det största värde, som förhållandet mellan ellipsens och kvadrantens ytor kan anta?
7. Visa, att de tre uttrycken $\sin x, \left(\cos x - \frac{1}{\cos x}\right)$ och $\left(\frac{\sin x}{\cos^2 x} - \sin x\right)$ utgöra de tre första termerna i en geometrisk serie. Undersök, för vilka värden på x denna serie kan utsträckas till en konvergent oändlig geometrisk serie. Summera sistnämnda serie, och åskådliggör summan grafiskt.

Resultat: **1.** $a = -1$, $b = c = 0$, $d = 16$; $y_{\min} = -\frac{11}{16}$ för $x = 3$; inflex.tangenter: $y = 1$ och $x + y = 2$. **2.** $y'' = 3y^5 - y$. Om $y = f(x)$ och $y'' = g(y) = g\{f(x)\}$, så följer för $z = f(x + \alpha)$, där α är en konstant: $z'' = g\{f(x + \alpha)\} = g(z)$. I detta specialfall är $\alpha = \frac{\pi}{4}$. **3.** $PQ_{\min} = a + c$. **4.** Drag diametern till AB och normalen från fokus mot tangenten. Ur tre kongruenta rätvinkliga trianglar erhålles då $x = 2x_1$ och $y = \frac{3y_1}{2}$, där $(x_1; y_1)$ är tangeringspunkten och $(x; y)$ ortpunkten. Ortens ekv. är $y^2 = 4{,}5ax$. **5.** Kurvan har centrum i origo, asymptoten $y = 2x$, max. i $(-3; -13{,}5)$ och $\left(\frac{\sqrt{6}}{2}; 6\sqrt{6}\right)$ samt min. i $\left(-\frac{\sqrt{6}}{2}; -6\sqrt{6}\right)$ och $(3; 13{,}5)$. Ekv. har *en* reell rot, då $a > 6\sqrt{6}$ eller $13{,}5 > a > -13{,}5$ eller $a < -6\sqrt{6}$, samt *tre* reella rötter, då $6\sqrt{6} \geqq a \geqq 13{,}5$ eller $-13{,}5 \geqq a \geqq -6\sqrt{6}$ (två av rötterna sammanfalla, om något av likhetstecknen gäller). **6.** De förlängda radierna bilda med tangenten i bågens mittpunkt (O) en likbent triangel med spetsen i cirkelns medelpunkt (M). Ellipsen inskrives i denna triangel. Lägg O i origo och x-axeln längs $OM = r$. Om de lika sidorna ha vinkelkoeff. $\pm k$, bli deras ekv. $y = \pm k(x - a) \pm \sqrt{a^2k^2 + b^2}$; de gå genom $(r; 0)$, varav $k^2(r - a)^2 = a^2k^2 + b^2$, dvs. $b^2 = k^2(r^2 - 2ar)$ osv. Den största ellipsens medelpunkt ligger (oberoende av k)[1] i triangelns tyngdpunkt

[1] Om ej en del av ellipsen skall falla utanför cirkelsektorn bör dock $k^2 < 1$.

$\left(a=\frac{r}{3}\right)$.[1] Det sökta förh. är $4:3\sqrt{3}$. 7. Serien är konvergent, om $\operatorname{tg}^2 x<1$, dvs. för $-\frac{\pi}{4}+n\cdot\pi<x<\frac{\pi}{4}+n\cdot\pi$. Summan: $y=\frac{\sin x}{1+\operatorname{tg} x}$. Denna kurva (given som ex. 7 i jan. 1940) har max $=\frac{\sqrt{2}}{4}$ för $x=\frac{\pi}{4}+n\cdot 2\pi$ och min. $=-\frac{\sqrt{2}}{4}$ för $x=\frac{5\pi}{4}+n\cdot 2\pi$; asymptoter: $x=\frac{3\pi}{4}+n\cdot\pi$. Endast de delar av kurvan, som uppfylla ovanstående villkor, representera seriens summa.

Uppgifter i fysik.

Obs. Lösningarna till uppgifterna 2, 3 och 5—8 böra åtföljas av enkla figurer. — Erforderliga konstanter, vilka ej äro uppgivna i problemens text, hämtas ur formelsamlingen.

1. En cykel vändes och ställdes upp och ned på sadeln och styrstången. Kring en av framhjulets ekrar anbragtes en ring av grov metalltråd, som lätt kunde glida längs ekern. Då hjulet sakta försattes i rotation, började ringen glida utför ekern varje gång denna befann sig i hjulets övre del. När hjulets rotationshastighet ökades, fann man, att ringen vid en viss hastighet nätt och jämnt gjorde en liten ansats att falla i det ögonblick, då den befann sig i banans högsta punkt. Dess bana kunde då anses som en vertikal cirkel med diametern 61 cm, och man fann, att hjulet gjorde 54 varv/min. Beräkna av dessa uppgifter ett värde på accelerationen vid fritt fall.
2. I en öppen kvicksilvermanometer är manometerrörets inre diameter 0,74 cm. Manometern är ansluten till en stor luftfylld glasflaska, skänklarna äro vertikala, och kvicksilvret står lika högt i dem båda. I flaskan införes litet eter, som får avdunsta, varigenom ett övertryck av 360 mm kvicksilver uppstår i flaskan. Hur mycket ändras därvid lägesenergien hos kvicksilvret i manometern?
3. En parallellepipedisk byrålåda väger med innehåll 8,0 kg. Den har två symmetriskt anbragta handtag, vilkas inbördes avstånd är 54 cm. Avståndet mellan lådans framsida och baksida är 45 cm. Drar man lådan rakt ut med lika kraft i båda handtagen, har man blott att övervinna friktionen mellan lådan och dess underlag. Fattar man åter endast i det ena handtaget, ställer sig lådan något litet snett, varigenom friktion uppstår även vid

[1] Se L. Gårding, Elementa *25*, s. 6 och 9 (1942).

sidoytorna. Huru mycket större kraft behöves i detta fall för att få ut lådan? Friktionskoefficienten är 0,25. Krafterna vid handtagen antagas vinkelräta mot byrålådans framsida. Lådans tyngdpunkt ligger på den normal till bottenytan, som går genom skärningspunkten mellan bottenytans diagonaler; likaså angreppspunkten för resultanten till de friktionskrafter, som verka på lådans botten.

4. En behållare innehåller 65 liter vätgas av temperaturen + 15° C och trycket 22 at. Genom ett brännarmunstycke utströmmar 40 liter gas i timmen; gasens tryck är därvid 780 mm kvicksilver och dess temperatur + 23° C. Hur länge dröjer det, tills trycket i behållaren sjunkit till 10 at, om temperaturen i densamma är oförändrat + 15° C? En teknisk atmosfär (1 at) är 1 kgf/cm².
5. I vissa optiska instrument rättvändes bilden genom totalreflexion i ett glasprisma. Man vill använda ett likbent, rätvinkligt glasprisma, vars bas (hypotenusan) är 5,0 cm lång. Strålar i huvudsnittet, som äro parallella med basen och infalla mot ena sidoytan inte alltför långt från basen, träffa efter den första brytningen basen, totalreflekteras där och utträda genom den andra sidoytan. Är avståndet från basen större, totalreflekteras de mot den andra sidoytan och utträda ur prismat genom basen. För att prismat skall taga mindre plats, vill man skära bort en del genom ett med basen parallellt snitt utan att därigenom inkräkta på det parallellt med basen utträdande strålknippet. Beräkna längden av de lika stora sidorna i det återstående fyrsidiga prismat.
6. Mot en tunn konkav glaslins inföll längs huvudaxeln ett parallellt ljusknippe. Knippet, som begränsades genom en cirkulär bländare vid linsen, bildade bakom linsen en divergerande ljuskägla. I denna uppställdes centralt och vinkelrätt mot huvudaxeln en luxmeter, d. v. s. en fotometer, som anger belysningsstyrkan direkt i lux. När luxmetern befann sig 50 cm från linsen, visade den 220 lux, och när den befann sig 100 cm från linsen 70 lux. Beräkna linsens brännvidd.
7. Man ville bestämma motståndet i en galvanometer. Till polerna på en ackumulator anslöts en proppreostat *AB*. Galvanometerns ena klämskruv förbands med *A*, den andra klämskruven med en punkt *C* på reostaten. I reostaten voro först 25 Ω inkopplade mellan *A* och *C* och 15 000 Ω mellan *C* och *B*. Galvanometern gav då ett visst utslag. Samma utslag erhölls, om 10 Ω voro inkopplade mellan *A* och *C* och 10 000 Ω mellan *C* och *B*. Beräkna galvanometerns motstånd. Motståndet i ackumulatorn och ledningstrådarna försummas.

8. Ett torrbatteri begagnas som strömkälla för en ringledning *EF*. Mellan *E* och *F* ligger spänningen 4,5 V, då ringledningen är bruten. Om åter ringledningen är kortsluten, går en ström av 3,0 A genom batteriet. För att slippa batteribyten vill man övergå till att taga ström från ett 220 volts likströmsnät. Man ansluter därför ett motstånd *BC* till en väggkontakt och kopplar kontakten *E* till *B* och *F* till en punkt *D* på motståndet. *D* bör väljas så, att även i detta fall en spänning av 4,5 V kommer att ligga mellan kontakterna *E* och *F*, då ringledningen är bruten, och en ström av 3,0 A uttages från strömkällan, om ringledningen är kortsluten. Beräkna motstånden *BD* och *DC*. Motståndet i ledningarna *BE* och *DF* lämnas utan avseende. Tryckknapparna placeras så, att ledningen strömbelastas blott vid ringning, och utföras för 220 V; de behöva ej angivas i figuren.

Resultat: 1. 9,8 m/s². 2. 0,0189 kgm. 3. Kraften är $\frac{6}{7}$ kgf större. 4. 18,9 tim. 5. 1,6 cm. 6. — 14,7 cm. 7. 12,5 Ω. 8. *BD* och *DC* äro resp. 1,53 Ω och 73,3 Ω.

Forts. från s. 52.

ERA, 1945: 8—12, 1946: 1.

Ur innehållet: Det elektriska strykjärnet jubilerar; Radiofrekvent elvärme; Skärgårdselektrifiering; Undervattenssignalering; Svensk ljusvisargalvanometer; Kraftförsörjningen i Sydsverige; Ermi — en modern fabrik för elmätare och mätinstrument; Vattenvärmare för hushållsbruk; Ett stort antal elnyheter.

Ljuskultur, 1945: 3—4.

Ur innehållet: Drift av lysämneslampor från ackumulatorbatteri medelst allformator; Vitaminisering av mjölk medelst ultraviolett bestrålning; De nya ljustekniska laboratorierna vid Tekniska Högskolan i Köpenhamn; Belysningsforskning—strålningsklimatforskning; Färgseendets mekanism i näthinnan; Minskning av filmringen och förbättring av effektfaktorn hos lysämneslampor.

Fysisk Tidsskrift, København 1945: 3—4.

Ur innehållet: N. Arley, Om mekanikens Grundlag; T. Bjerge og H. Jensen, Ole Rømers Maalestokke og Vægtlodder i den polytekniske Læreanstalts fysiske Samling; Danske Eksamensopgaver.

Naturens Verden, København 1945: 4—6.

Ur innehållet: E. Høeg, Naturligt forekommende Jernlegeringer; H. B. Rasmussen, Jöns Jakob Berzelius; E. Strömgren, Den internationale astronomiske Nyhedstjeneste under og mellem de to Verdenskrig (1914—45); K. Stephensen, L. A. Jägerskiöld 1867—1945; J. Smed, De senere Aars Temperaturstigning i Luften og Havet; H. B. Rasmussen, Lidt om Træ som Raastof i den kemiske Industri.

Fra Fysikkens Verden, Oslo 1945: 4.

Ur innehållet: E. A. HYLLERAAS, Carl Størmer; E. A. HYLLERAAS, Nobelpristagere: i fysikk, W. Pauli og i kjemi, O. Hahn; E. A. HYLLERAAS, Elektriske målinger og elektriske målsystemer; C. DAHL, Noen bemerkninger om våre fysiske enheter.

Norsk Matematisk Tidsskrift, Oslo 1945: 2—4.

Ur innehållet: W. LJUNGGREN, Professor Nagell 50 år; TH. SKOLEM, En løsningsmetode for den eksponentielle likning $A_1^{x_1}..A_m^{x_m}-B_1^{y_1}..B^{y_n}=C$; S. SKOLEM, En del bestemte integraler av formen $\int_0^\infty f(x)\cos ax dx$ og $\int_0^\infty f(x)\sin ax dx$; K. E. AUBERT, Summasjon av visse rekker av binomialkoeff. på grunnlag av Cauchy's integralformel; R. TAMBS LYCHE, Professor Viggo Brun 60 år; W. LJUNGGREN, En egenskap ved de symmetriske funksjoner av visse naturlige tall; B. NILSSEN, Noen bemerkninger om telling; K. L. SUNDET, Om Simsons sats; Eksamensoppgaver; Løste oppgaver.

Norsk Populær-astronomisk Tidsskrift, Oslo 1945: 2—4.

Ur innehållet: Solformørkelsen 9 juli 1945: R. BRAHDE, Med Stockholms observatorium til Brattås, A. LUNDBY, Uppsala observatoriums ekspedisjon til Bjuröklubb, L. OWREN, Astrofysisk institutts ekspedisjon; B. STRÖMGREN, Den negative vannstoff-jon og dets betydning for stjerneatmosfærenes teori; J. A. ANDERSON og R. W. PORTER, 200 tommers kikkerten; G. RANDERS, Atombomben.

Naturen, Bergen, 1945: 11—12, 1946: 1.

Ur innehållet: E. RUSTUNG, Forgiftninger; I. RUUD, Astronomiens popularisering; H. MOSBY, Kan tidvannsstrømmer forutsies?; J. OFTEDAL, Uranholdige mineraler; G. RANDERS, Vorfor lyser stjernene?; B. NILSSEN, Det kolloidkjemiske grunnlag for vaskemidlenes virkning.

Uppsatser av matematiskt-naturvetenskapligt innehåll i följande tidskrifter under 1945.

Nordisk tidskrift för fotografi: P. THAM, Metoder för bestämning av den fotografiska mätkamerans inre orientering (nr 3, 4, 5); B. SVENONIUS, Solförmörkelsen den 9 juli 1945 (nr 6); E. AULIN, Reflexförminskande skikt på glasytor (nr 6); H. HELLSTRÖM, Lysämnesrörens användning inom reproduktionstekniken (nr 7); I. KUGELBERG, Färgsinnesrubbningar (nr 8, 9); C. A. BRUNO, Stereobildens skärpdjupsförhållande (nr 11).

Tidning för Sveriges läroverk: E. WETTERWIK, Hur svåra äro talen? (nr 6, 9, 10); C. E. SJÖSTEDT, Examensskrivningarnas svårighetsgrad (nr 8, 10); B. WAHLSTRÖM, Examensskrivningarnas svårighetsgrad (nr 9); C. E. SJÖSTEDT, Nomenklaturen vid vinst- och förlusträkning (nr 21).

Pedagogisk tidskrift: N. LÖFMAN, Pytagoras sats (s. 30).

Folkskollärarnas tidning: K. FRIDÉN (nr 5) och E. ANDERSSON (nr 21), Att göra bråk liknämniga; G. NORBERG, Den tekniska ritningen i folkskolan; O. MELLQUIST, Folkskolans kemikurs (nr 38), Fyra enkla försök på värmeläran (nr 48); HJ. MANDAL, Några kemiförsök i folkskolan (nr 3).

Skola och hem: Helsingfors, G. TEGENGREN, Provet i matematik vid studentexamen våren 1945.

Matemaattisten aineiden aikakauskirja: Helsingfors. Uppsatser på svenska: G. ELFVING, Teknologernas skolmatematik (s. 41) och Fundament och utveckling inom sannolikhetskalkylen (s. 141); G. AF HÄLLSTRÄM, En anmärkning till Ptolemaios' sats.

Under vårterminen utkommer

Ragnar Nyhlén

Förberedande kurs i geometri

För klasserna 2[5] och 1[4] i realskola och kommunal mellanskola

Lärobok i geometri

För realskolor och därmed jämförliga läroanstalter

Tilläggskurs i geometri

För realgymnasiets första ring

Hedvig Norgren och *Ragnar Bjurulf*

Provräkningsuppgifter

till Folkskolans räknebok VI

För åttonde klassen

Magnhild Gentz

Nu räknar vi själva. I

Räknebok för småskolans första klass. Med talrika illustrationer, delvis i färg av *Barbro Malmer*

SVENSKA BOKFÖRLAGET

NORSTEDTS VERKSTAD

har åter utökats för att bättre kunna tillgodose läroverkens behov av fysikaliska apparater.

Bristen på råvaror är emellertid nu större än någonsin, varför omgående leverans ej alltid kan påräknas.

Prisuppgifter samt alla upplysningar lämnas på begäran.

P. A. NORSTEDT & SÖNER

Skolavdelningen - Stockholm

Lund 1946, Håkan Ohlssons Boktryckeri.